

Přijímací zkouška na navazující magisterské studium - 2016
Studijní program Fyzika - všechny obory kromě Učitelství fyziky-matematiky pro střední školy, Varianta A

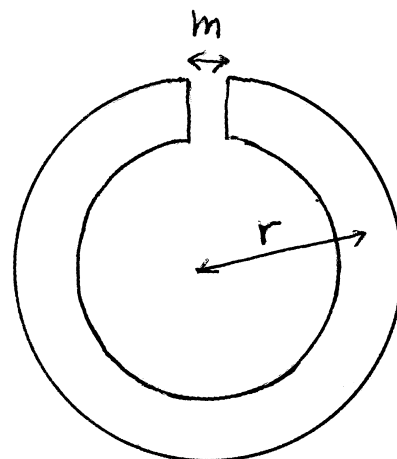
Příklad 1 (25 bodů)

Jak dlouho bude padat uvázané vědro o hmotnosti M do studny hloubky h , pustíme-li rumpál o poloměru R a hmotnosti m . Jako rumpál uvažujte hmotnou kladku s momentem setrvačnosti $J = \frac{1}{2}mR^2$.

Příklad 2 (25 bodů)

Toroid se vzduchovým jádrem je tvořen vinutím N smyček v jedné vrstvě vedle sebe. Plocha průřezu je S a střední poloměr r . Vinutím teče proud I . Magnetickou indukci uvnitř toroidu považujte za homogenní (radiální tloušťka toroidu je malá proti r). Určete:

- velikost magnetické indukce B_j a B_v v jádře a vně toroidu;
- magnetický tok Φ jedním závitem toroidu;
- amplitudu a směr elektromotorického napětí ε , které se indukuje, pokud proud vinutím I roste s časem t jako $I=2t$;
- Toroid vyplníme kruhovým jádrem (viz obr.) z materiálu o permeabilitě μ a s úzkou vzduchovou mezerou o délce m . Určete intenzitu magnetického pole H v mezeře.



Příklad 3 (25 bodů).

Na vrstvu oleje o tloušťce $d = 0,3 \mu\text{m}$ a indexu lomu $n = 1,5$ rozlitého na vodě (index lomu vody $n_v = 1,33$) dopadá za vzduchu bílé světlo. Odvoďte:

- které barvy (vlnové délky) viditelného světla budou v odraženém světle interferencí nejvíce zesíleny při kolmém dopadu světla;
- jaké vlnové délky viditelného světla budou v odraženém světle nejvíce zesíleny, dopadá-li světlo na vrstvu oleje pod úhlem $\alpha = 30^\circ$.
Počítejte na jednu platnou číslici.

Příklad 4 (25 bodů)

Braggův úhel pro určitou difrakční linii v práškovém difraktogramu zlata (kubická plošně centrovaná, $a = 0,400 \text{ nm}$) je při teplotě 293 K roven 60° . Při teplotě 1293 K se difrakční linie posune na $58,65^\circ$. Vlnová délka použitého záření je 0.133 nm. Vyjádřete koeficient lineární teplotní roztažnosti zlata (*pouze obecně, bez výpočtu hodnoty*). Určete, kterým rovinám hkl přísluší naměřená difrakční linie (*parametry jsou zadány tak, aby výsledek vyšel bez použití kalkulačky*). V kubické plošně centrované mříži vyhasínají reflexe se smíšenými indexy hkl (tedy kombinace sudých a lichých indexů)

Příklad 1

Jak dlouho bude padat uvázané vědro o hmotnosti M do studny hloubky h , pustíme-li rumpál o poloměru R a hmotnosti m . Jako rumpál uvažujte hmotnou kladku s momentem setrvačnosti $J = \frac{1}{2}mR^2$.

Řešení:

Nejdříve musíme určit sílu, kterou působí kladka proti směru pohybu padajícího vědra a napíná tak lano. Moment síly otáčení kladky je:

$$FR = M^o = J \frac{a}{R}.$$

Síla napínání je proto

$$F = J \frac{a}{R^2}.$$

(5 bodů)

Pohybová rovnice popisující pád vědra je potom

$$Ma = Mg - F,$$

(5 bodů)

$$Ma = Mg - J \frac{a}{R^2}.$$

Zrychlení padajícího vědra je tedy

$$a = \frac{Mg}{M + \frac{J}{R^2}}.$$

Po dosazení za J dostaneme zrychlení vědra (všimněte si, že pokud by kladka byla nehmotná ($m=0$), vědro by padalo se zrychlením g , čili volným pádem)

$$a = \frac{Mg}{M + \frac{1}{2}m}.$$

(5 bodů)

Pád vědra je pohyb rovnoměrně zrychlený. Předpis pro výpočet jeho dráhy je tedy

$$h = \frac{1}{2}at^2.$$

Z toho vyjádříme dobu pádu

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}.$$

(5 bodů)

Po dosazení za zrychlení dostáváme výsledek

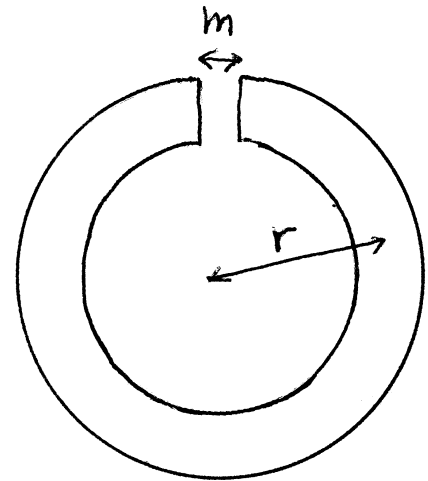
$$t = \sqrt{\frac{2h \left(M + \frac{1}{2}m \right)}{Mg}}.$$

(5 bodů)

Příklad 2

Toroid se vzduchovým jádrem je tvořen vinutím N smyček v jedné vrstvě vedle sebe. Plocha průřezu je S a střední poloměr r . Vinutím teče proud I . Magnetickou indukci uvnitř toroidu považujte za homogenní (radiální tloušťka toroidu je malá proti r). Určete:

- velikost magnetické indukce B_j a B_v v jádře a vně toroidu;
- magnetický tok Φ toroidem;
- amplitudu a směr elektromotorického napětí ε , které se indukuje, pokud proud vinutím I roste s časem t jako $I=2t$;
- Toroid vyplníme kruhovým jádrem (viz obr.) z materiálu o permeabilitě μ a s úzkou vzduchovou mezerou o délce m . Určete intenzitu magnetického pole H v mezeře.



Řešení:

- a) Pro výpočet magnetického pole uvnitř toroidu lze použít Ampérův zákon $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I$. Zvolíme-li za integrační křivku kružnici procházející vnitřkem toroidu a uzavírající proud ve všech N smyčkách, pak díky rovnoběžnosti vektorů \vec{B} a \vec{l} a homogenitě magnetického pole uvnitř jádra toroidu dostáváme

$$\oint \vec{B}_j \cdot d\vec{l} = B_j \oint dl = B_j 2\pi r = \mu_0 NI$$

a tedy

$$B_j = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

Magnetické čáry uvnitř toroidu jsou uzavřené, pole vně toroidu je nulové. (5 bodů)

- b) magnetický tok je definován jako $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$ a protože je uvnitř toroidu magnetická indukce homogenní a rovnoběžná s normálovým vektorem průřezu S , platí pro tok jedním závitem

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \int dS = BS$$

Tok všemi N závity bude N krát větší a tak s využitím výsledku části a) dostáváme:

$$\Phi = \frac{\mu_0 N^2 IS}{2\pi r} \quad (5 \text{ bodů})$$

- c) Aplikací Faradayova zákona elektromagnetické indukce dostáváme

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r} \frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{\mu_0 N^2 S}{\pi r} \quad (5 \text{ bodů})$$

- d) Toroid s jádrem tvoří magnetický obvod, pro který dle Hopkinsova zákona můžeme psát

$$NI = \Phi \left(\frac{2\pi r - m}{\mu S} + \frac{m}{\mu_0 S} \right)$$

a jelikož platí $\Phi = BS$ a $B = \mu H$, (magnetická indukce je všude v obvodu stejná), dostáváme

$$H_m = \frac{NI\mu}{(2\pi r - m)\mu_0 + m\mu} \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 3

Na vrstvu oleje o tloušťce $d = 0,3 \mu\text{m}$ a indexu lomu $n = 1,5$ rozlitého na vodě (index lomu vody $n_v = 1,33$) dopadá za vzduchu bílé světlo. Odvoďte:

a) které barvy (vlnové délky) viditelného světla budou v odraženém světle interferencí nejvíce zesíleny při kolmém dopadu světla;

b) jaké vlnové délky viditelného světla budou v odraženém světle nejvíce zesíleny, dopadá-li světlo na vrstvu oleje pod úhlem $\alpha = 30^\circ$.

Počítejte na jednu platnou číslici.

Řešení:

a) Aby došlo ke konstruktivní interferenci na vrstvě oleje, musí platit

$$2nd = k\lambda - \lambda/2$$

$$\lambda = \frac{2nd}{k - 1/2},$$

kde k je přirozené číslo.

Ke změně fáze o π (odpovídá $\lambda/2$) dochází při odrazu na prvním, opticky hustším rozhraní.

Ve viditelné oblasti spektra tomu odpovídá vlnová délka 600 nm ($k = 2$). (10 bodů)

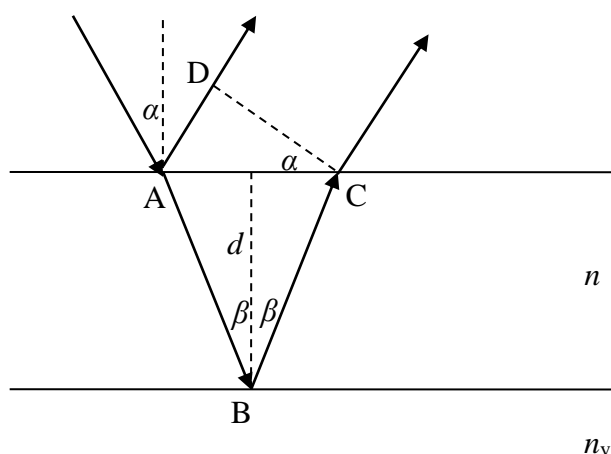
b) Rozdíl optických délek u konstruktivní interference šikmo dopadajícího svazku musí být (viz obr.)

$$k\lambda - \lambda/2 = n(AB + BC) - AD = 2 \frac{nd}{\cos \beta} - AC \sin \alpha = 2 \frac{nd}{\cos \beta} - 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha =$$

$$= 2 \frac{nd}{\cos \beta} - 2d \frac{\sin \beta}{\cos \beta} n \sin \alpha = \frac{2nd}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = 2nd \cos \beta$$

$$\lambda = \frac{2nd}{k - 1/2} \cos \beta$$

Ve viditelné oblasti spektra získáme vlnovou délku $600 \frac{\sqrt{3}}{2} = 520 \text{ nm} \approx 500 \text{ nm}$. (15 bodů)



Příklad 4

Braggův úhel pro určitou difrakční linii v práškovém difraktogramu zlata (kubická plošně centrovaná, $a = 0,400$ nm) je při teplotě 293 K roven 60° . Při teplotě 1293 K se difrakční linie posune na $58,65^\circ$. Vlnová délka použitého záření je 0,133 nm. Vyjádřete koeficient lineární teplotní roztažnosti zlata (*pouze obecně, bez výpočtu hodnoty*). Určete, kterým rovinám hkl přísluší naměřená difrakční linie (*parametry jsou zadány tak, aby výsledek vyšel bez použití kalkulačky*). V kubické plošně centrované mříži vyhasínají reflexe se smíšenými indexy hkl (tedy kombinace sudých a lichých indexů).

Řešení:

Použijeme Braggovu rovnici: $2d_{hkl} \sin\theta = \lambda$ (5 bodů), z níž vyjádříme podíl

$$\frac{d_{hk}(1293\text{K})}{d_{hk}(293\text{K})} = 1 + \alpha = \frac{\sin\theta}{\sin\theta'}$$

Kde $\theta = 60^\circ$ a $\theta' = 58,65^\circ$ a α je koeficient lineární teplotní roztažnosti. (10 bodů)

Ze vztahu $d_{hkl} = \frac{2\pi}{|\vec{B}_{hkl}|} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$ zjistíme, že

$$\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = \frac{2 \cdot a \cdot \sin\theta}{\lambda} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 0,133} \cong 3 \cdot \sqrt{3},$$

že $h^2 + k^2 + l^2 = 27$ (5 bodů), což nám dává možná hkl 511 nebo 333 (a jejich permutace) (3 body), reflexe nevyhasínají, jsou to pouze lichá hkl (2 body).