Informatika – navazující magisterské studium
Přijímací zkouška z informatiky – 2014 – varianta A

Každá úloha je hodnocena maximálně 25 body.
Všechny své odpovědi zdůvodněte!

1. V dekadickém zápisu kladného celého devíticiferného čísla jsme některé číslice nahradili písmeny:

1AB4CC7AB

Oba výskyty písmena A zastupují stejnou číslici, podobně oba výskyty písmena B zastupují stejnou číslici a oba výskyty písmena C zastupují stejnou číslici. Každé z písmen A, B, C přitom představuje jinou číslici. Určete, jaké číslice odpovídají písmenům A, B a C, víte-li, že zkoumané devíticiferné číslo je dělitelné číslem 225. Nalezněte všechna řešení a zdůvodněte, proč jiné řešení neexistuje. Hodnotí se nejen správnost výsledku, ale i kvalita a rychlost zvoleného postupu.

2. Převeďte do disjunktivní normální formy následující logickou formuli:

~((x & ~u) v (x & z & ~y))

Znaky x, y, z, u označují logické proměnné, znak & představuje logickou spojku konjunkce, znak v označuje disjunkci, symbolem ~x značíme negaci proměnné x.

a) Nalezněte jakékoliv řešení.
b) Nalezněte řešení ve tvaru disjunkce tvořené nejvýše třemi členy.

3. Navrhněte deterministický konečný automat nad abecedou {0, 1}, který přijímá všechna taková slova, která nekončí dvojicí stejných znaků. Například slova 1, 101, 111110 automat přijme, zatímco slova 11, 100, 101011 nepřijme. Přechodovou funkci automatu zapište ve tvaru tabulky a automat znázorněte ve tvaru přechodového diagramu. Navrhněte co nejjednodušší automat, tzn. takový, který bude mít minimální počet stavů.

4. Je dán následující program (obě zadání v Pascalu a v jazyce C jsou ekvivalentní):

```
program A;
var N, X: integer;
begin
  read(N);
  X := 0;
  while N > 0 do
    begin
    X := X + 1 - N mod 2;
    N := N div 2
    end;
  write(X)
end.
```

```
main() /* A */
{
  int n, x;
  scanf( "%d", &n);
  x = 0;
  while (n > 0)
  {
    x = x + 1 - n%2;
    n /= 2;
  }
  printf( "%d", x);
}
```

a) Jaký výsledek obdržíme při výpočtu se vstupní hodnotou $N = 1025$?
b) Určete, pro kterou vstupní hodnotu N bude výsledkem číslo $X = 6$. Nalezněte tři nejmenší různá taková N (pokud existují).
c) Určete všechny hodnoty N, pro které je výsledek výpočtu roven vstupní hodnotě, tzn. platí $X = N$.

Řešení přijímací zkoušky z informatiky – 2014 – varianta A

1. Jelikož 225 = 9.25, musí zkoumané číslo splňovat kritéria pro dělitelnost 9 a 25 (tzn. ciferný součet dělitelný devíti a poslední dvojčíslí 00, 25, 50 nebo 75). Poslední dvojčíslí 00 ovšem nevyhovuje, neboť každé písmeno odpovídá jiné číslici. Máme tedy tři možnosti pro dvojčíslí AB:

A=2, B=5 – potom ciferný součet je 26+2C a ten je dělitelný devíti pouze pro C=5
A=5, B=0 – potom ciferný součet je 22+2C a ten je dělitelný devíti pouze pro C=7
A=7, B=5 – potom ciferný součet je 36+2C a ten je dělitelný devíti pro C=0 nebo C=9.

První z uvedených možností nevyhovuje, neboť písmena B a C v ní představují stejnou číslici 5. Úloha má tedy **tři řešení**:

A=5, B=0, C=7 **A=7, B=5, C=0** **A=7, B=5, C=9**

2. Můžeme postupovat například pomocí tabulky logických hodnot:

x	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
y	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
z	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
u	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
~ ((x & ~u) ∨ (x & z & ~y))	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1

Formuli v disjunktivní normální formě získáme jako disjunkci těch jedenácti sloupců tabulky, v nichž nabývá zadaná formule pravdivostní hodnoty 1.

Vhodnou úpravou (sloučením „podobných“ členů) můžeme výslednou formuli zapsat v jednodušším tvaru. Správným zápisem řešení je například: **(~x) ∨ (y & u) ∨ (u & ~z)**

Rychle a přímočaře totéž řešení získáme pomocí Karnaughovy mapy.

3. Počáteční stav A je zároveň jedním z koncových stavů, jelikož automat přijímá i prázdné slovo. Další čtyři stavy B, C, D, E rozlišují poslední dosud přečtenou dvojici znaků vstupního slova: pro stav B je to 10 (nebo také pouze jediná 0 po přečtení prvního znaku vstupního slova), stav C znamená 01 (nebo pouze jeden znak 1), do stavu D vedou slova s dosud posledními dvěma znaky 00 a do stavu E slova prozatím ukončená znaky 11. Mezi touto čtveřicí stavů automat přechází v závislosti na tom, jaké znaky čte ze vstupu. Výsledek jeho práce je určen tím, ve kterém z nich skončí po dočtení celého vstupního slova. Stavy B a C jsou podle zadání koncové, zatímco stavy D a E nikoliv. Minimalitu počtu stavů ověříme redukcí sestrojeného konečného automatu.

	0	1	
↔ A	B	C	počáteční stav
← B	D	C	slovo zatím končí 10
← C	B	E	slovo zatím končí 01
D	D	C	slovo zatím končí 00
E	B	E	slovo zatím končí 11

4. Zadané číslo *N* se v cyklu rozkládá na cifry svého dvojkového zápisu. V proměnné *X* se sčítají nikoliv přímo tyto cifry, ale hodnoty 1–*N*%2, tzn. do *X* se přičte 1 za každou 0 ve dvojkovém zápisu čísla *N*. Výsledná hodnota *X* tedy určuje počet nul v binárním zápisu čísla *N*.

a) Hodnota $1025 = 2^{10} + 1$ má binární zápis 10000000001, obsahuje tedy devět nul. Výsledkem je proto číslo **9**.

b) Hledáme tři nejmenší čísla, která mají v binárním zápisu přesně šest nul. To jsou zjevně čísla s binárním zápisem 1000000, 10000001, 10000010, tedy hodnoty **64**, **129** a **130**.

c) Pro všechna *N* > 2 má binární zápis méně než *N* cifer celkově, takže jistě obsahuje méně než *N* nul. Stačí tedy ověřit, že pro *N*=0 dává program výsledek 0, pro *N*=1 je také výsledek roven 0 a pro *N*=2 dostaneme výsledek 1. Pro všechny záporné vstupní hodnoty je výsledek 0. Podmínkám zadání tedy vyhovuje pouze vstupní hodnota **0**.