

Informatika – navazující magisterské studium

Přijímací zkouška z informatiky – 2012 – varianta A

*Každá úloha je hodnocena maximálně 25 body.
Všechny své odpovědi zdůvodněte!*

1. Kolika způsoby můžeme vynechat tři čísla z posloupnosti

1 4 2 5 7 3 8 9,

abychom získali rostoucí posloupnost?

2. Převed'te do disjunktivní normální formy následující logickou formuli:

$$((u \ \& \ y) \vee (\sim u \ \& \ \sim y)) \ \& \ (\sim (x \vee z)) \ \& \ (\sim z)$$

Znaky x , y , z , u označují logické proměnné, znak $\&$ představuje logickou spojku konjunkce, znak \vee označuje disjunkci, symbolem $\sim x$ značíme negaci proměnné x .

3. Navrhněte deterministický konečný automat nad abecedou $\{0, 1\}$, který přijímá všechna slova délky aspoň 2 znaky, která obsahují sudý počet znaků 0 a lichý počet znaků 1. Například slova 001, 11111, 0101010 automat přijme, zatímco slova 1, 0000, 100101 nepřijme. Přejchodovou funkci automatu zapište ve tvaru tabulky a automat znázorněte ve tvaru přechodového diagramu. Navrhněte co nejjednodušší automat, tzn. takový, který bude mít co nejméně stavů.

4. Je dán následující program (obě zadání v Pascalu a v jazyce C jsou ekvivalentní):

```
program AAA;
var A, B, C: integer;
begin
  read(A, B);
  while A > B do
    A := A - 2;
  while B > A do
    B := B - 2;
  C := A + B;
  writeln(C);
end.

main() /* AAA */
{
  int a, b, c;
  scanf("%d %d", &a, &b);
  while (a > b)
    a -= 2;
  while (b > a)
    b -= 2;
  c = a + b;
  printf("%d", c);
}
```

Určete, jak závisí výsledná hodnota proměnné C (tzn. výstup programu) na vstupních hodnotách proměnných A, B.

Řešení přijímací zkoušky z informatiky – 2012 – varianta A

1. Musíme vyřešit poklesy v posloupnosti mezi čísly $4 - 2$ a $7 - 3$, všude jinde zadaná posloupnost roste. První z uvedených poklesů vyřešíme buď odebráním čísla 4, nebo odebráním čísla 2. Druhý pokles lze vyřešit buď odebráním dvojice čísel 5 7, nebo odebráním čísla 3. První možnost (odebrání dvojice 5 7) lze použít jen tehdy, když jsme první pokles řešili odebráním čísla 4. Varianta s odebráním čísla 3 může následovat po předchozím odebrání jak 2, tak i 4. V obou případech je pak potřeba odebrat ještě jedno třetí číslo, na jehož volbě nezáleží. Buď s číslem 3 odebereme 4 i 2 zároveň, nebo jen jedno z nich a k tomu ještě některé z pěti zbývajících čísel. Celkem tudíž existuje $1 + 1 + 2 \cdot 5 = 12$ řešení.

2. Můžeme buď provádět postupné úpravy zadané logické formule až do požadovaného tvaru disjunktivní normální formy, nebo využít Karnaughovy mapy, nebo například sestavit tabulku logických hodnot:

x	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
y	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
z	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
u	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
$((u \& y) \vee (\sim u \& \sim y)) \& (\sim(x \vee z)) \& (\sim z)$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Formuli v disjunktivní normální formě získáme jako disjunkci těch sloupců tabulky, v nichž nabývá zadaná formule pravdivostní hodnoty 1:

$$(\sim x \& \sim y \& \sim z \& \sim u) \vee (\sim x \& y \& \sim z \& u)$$

3. K řešení úlohy stačí konečný automat se šesti vnitřními stavy. Pomocí stavů automatu rozlišíme, zda již byly přečteny ze vstupu alespoň dva znaky, a pokud ano, zda byl dosud přečten sudý nebo lichý počet znaků 0 a 1 (čtyři kombinace – stavy D, E, F, G). Z nich koncový bude pouze stav G, který odpovídá sudému počtu znaků 0 a lichému počtu znaků 1. Stavy B a F jsou ekvivalentní, takže stav B můžeme vynechat. Minimalitu počtu stavů poté ověříme redukcí sestaveného konečného automatu.

	0	1	
→ A	B	C	A = vstupní stav, žádný znak nebyl přečten
	B	E	B = přečten jeden znak 0
	C	D	C = přečten jeden znak 1
	D	G	D = sudý počet 0, sudý počet 1
	E	F	E = lichý počet 0, lichý počet 1
	F	E	F = lichý počet 0, sudý počet 1
← G	E	D	G = sudý počet 0, lichý počet 1

4. Vstupní hodnoty proměnných A, B si označíme A_0, B_0 . Rozlišíme tři případy:

a) Mají-li vstupní hodnoty A_0, B_0 stejnou paritu, provede se nejvýše jeden z cyklů v programu. Proběhne podle potřeby tolikrát, až se proměnná s vyšší vstupní hodnotou bude přesně rovnat proměnné s nižší vstupní hodnotou. Obě proměnné tak dosáhnou hodnoty $\min(A_0, B_0)$ a výsledná hodnota proměnné C bude rovna $2 \min(A_0, B_0)$.

b) Mají-li vstupní hodnoty A_0, B_0 různou paritu a přitom $A_0 < B_0$, první z cyklů v programu se neprovede ani jednou a ve druhém se potom proměnná B snižuje tak dlouho, až dosáhne hodnoty $A_0 - 1$. Výsledná hodnota proměnné C bude proto rovna $2 A_0 - 1$.

c) Mají-li vstupní hodnoty A_0, B_0 různou paritu a přitom $A_0 > B_0$, bude se v prvním cyklu proměnná A snižovat tak dlouho, až dosáhne hodnoty $B_0 - 1$. Tím ale výpočet nekončí. Poté je totiž splněna podmínka druhého cyklu a jeho tělo bude provedeno přesně jednou, přičemž se hodnota proměnné B sníží o 2 na hodnotu $B_0 - 2$. Výsledná hodnota proměnné C bude proto rovna $2 B_0 - 3$.