

Informatika – navazující magisterské studium

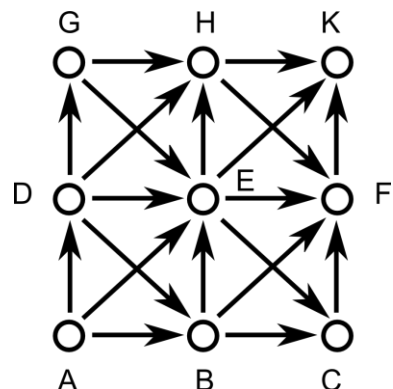
Přijímací zkouška z informatiky – 2013 – varianta A

*Každá úloha je hodnocena maximálně 25 body.
Všechny své odpovědi zdůvodněte!*

1. Obrázek znázorňuje graf, kolečka v něm označují jednotlivé vrcholy a šipky mezi nimi představují hrany. Hrany jsou orientované, lze po nich procházet pouze ve směru určeném šipkou.

a) Určete počet různých cest, kterými lze dojít z vrcholu A do vrcholu K.

b) Pro každý vrchol určete počet různých cest, kterými do něj lze dojít z vrcholu A.



2. Převed'te do disjunktivní normální formy následující logickou formuli:

$$(x \vee y) \& (\sim x \vee \sim z) \& (y \vee \sim z)$$

Znaky x , y , z označují logické proměnné, znak $\&$ představuje logickou spojku konjunkce, znak \vee označuje disjunkci, symbolem $\sim x$ značíme negaci proměnné x .

a) Nalezněte jakékoliv řešení.

b) Nalezněte řešení ve tvaru disjunkce tvořené nejvýše dvěma členy.

3. Navrhněte deterministický konečný automat nad abecedou $\{0, 1\}$, který přijímá všechna slova délky alespoň 3 znaky, jejichž první a třetí znak jsou stejné. Například slova 101, 1110, 00000 automat přijme, zatímco slova 1001, 100, 11 nepřijme. Přejchodovou funkci automatu zapište ve tvaru tabulky a automat znázorněte ve tvaru přechodového diagramu. Navrhněte co nejjednodušší automat, tzn. takový, který bude mít minimální počet stavů.

4. Je dán následující program (obě zadání v Pascalu a v jazyce C jsou ekvivalentní):

```
program A;                               main() /* A */
var N, X: integer;                        {
begin                                     int n, x;
  read(N);                                scanf( "%d", &n);
  X := 0;                                  x = 0;
  while N > 0 do                           while (n > 0)
    begin                                   {
      X := X*10 + 9 - N mod 10;            x = x*10 + 9 - n%10;
      N := N div 10                        n /= 10;
    end;                                   }
  write(X)                                 printf( "%d", x);
end.                                       }
```

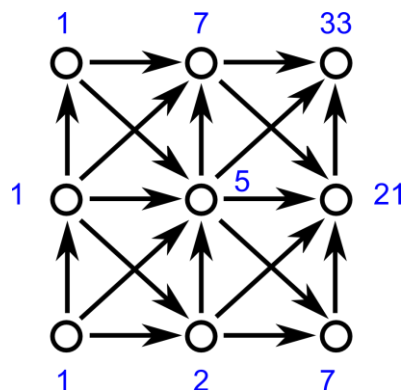
a) Jaký výsledek obdržíme při výpočtu se vstupní hodnotou $N = 9501$?

b) Určete, pro kterou vstupní hodnotu N bude výsledkem číslo $X = 25$. Nalezněte tři nejmenší různá taková N (pokud existují).

c) Určete nejmenší kladnou vstupní hodnotu N , pro kterou je výsledek výpočtu roven vstupní hodnotě, tzn. platí $X = N$.

Řešení přijímací zkoušky z informatiky – 2013 – varianta A

1 Do výchozího vrcholu vede jediná cesta, do každého jiného vrcholu je počet cest dán součtem počtů cest vedoucích do všech vrcholů, z nichž vede hrana do tohoto vrcholu. Protože graf je souvislý a neobsahuje cyklus, existuje mezi dosud neohodnocenými vrcholy vždy vrchol, u něž již známe počty cest vedoucích do všech jeho předchůdců.



Odpověď na otázku a) je proto 33, odpovědi na otázku b) jsou
A: 1, B: 2, C: 7, D: 1, E: 5, F: 21, G: 1, H: 7, K: 33.

2. Můžeme postupovat například pomocí tabulky logických hodnot:

x	0 0 0 0 1 1 1 1
y	0 0 1 1 0 0 1 1
z	0 1 0 1 0 1 0 1
$(\sim x \vee y) \& (\sim x \vee z) \& (y \vee z)$	0 0 1 1 1 0 1 0

Formuli v disjunktivní normální formě získáme jako disjunkci těch sloupců tabulky, v nichž nabývá zadaná formule pravdivostní hodnoty 1:

$$(\sim x \& y \& \sim z) \vee (\sim x \& y \& z) \vee (x \& \sim y \& \sim z) \vee (x \& y \& \sim z)$$

Vhodnou úpravou (sloučením „podobných“ členů) můžeme výslednou formuli zapsat v jednodušším tvaru. Správným zápisem řešení se dvěma členy v disjunkci je: $(\sim x \& y) \vee (x \& \sim z)$

Rychle a přímočaře totéž řešení získáme pomocí Karnaughovy mapy.

3. V počátečním stavu A rozlišíme, zda vstupní slovo začíná znakem 0 nebo 1. Pokud začíná nulou, automat přejde do stavu B, v opačném případě do stavu D. Ze stavu B přejde automat druhým přečteným znakem do stavu C. Je-li třetím znakem nula, přejde do koncového stavu F a v něm setrvá až do dočtení celého vstupního slova. Je-li třetím znakem jednička, přejde do nekonečného stavu G a v něm opět setrvá až do dočtení celého vstupního slova. Obdobným způsobem jsou zpracována slova začínající znakem 1 – ze stavu D přejde automat do stavu E a pak zvolí F nebo G podle toho, zda třetím znakem byla jednička nebo nula. Minimalitu počtu stavů ověříme redukcí sestrojeného konečného automatu.

	0	1	
→ A	B	D	počáteční stav
B	C	C	slovo začíná znakem 0
C	F	G	slovo začíná znakem 0 a má dva znaky
D	E	E	slovo začíná znakem 1
E	G	F	slovo začíná znakem 1 a má dva znaky
← F	F	F	slovo má stejný první a třetí znak
G	G	G	slovo má odlišný první a třetí znak

4. Výsledná hodnota X vznikne zrcadlovým převrácením dekadického zápisu vstupního čísla N , přičemž je zároveň každá cifra nahrazena svým doplňkem do 9. V cyklu se z N odzadu postupně oddělují jednotlivé cifry, nahrazují se svými doplňky do 9 a v obráceném pořadí se z nich vytváří výsledná hodnota X .

a) Převrácením čísla $N = 9501$ dostaneme 1059, po nahrazení cifer jejich doplňky je pak výsledkem číslo **8940**.

b) Výsledek 25 získáme převedením na doplňky a převrácením pořadí cifer čísla **47**, ale také čísel **479**, **4799** a dalších podobných. Koncové devítky vstupního čísla se transformují na vedoucí nuly ve výsledku, které se ve výsledné hodnotě nijak neprojeví.

c) Jednociferná čísla nevyhovují žádná, nejmenším vyhovujícím dvouciferným číslem je **18**.