

prolíná náhoda i nutnost od mikrosvěta až do makrosvěta, a nejsou tedy tak neslučitelné, jak se nám zdálo. I klasické schéma KM, s mikrosvětlem odlišeným od makrosvěta, je dnes narušeno existencí makroskopických kvantových jevů, kterých jen přibývá. Budoucí teorie se bude muset vyrovnat s neexistencí dokonale izolované soustavy, brát v úvahu i samotného pozorovatele a znalost počátečních podmínek. Všechno se zdá spíše souviset dialekticky se vším a příkré rozpory se spíše přemostují, než prohlubují. To jen může vést k žádoucímu jednotnému fyzikálnímu i filozofickému pohledu na náš svět. Zdá se tedy, podle I. J. Manina, že „*neexistuje menší uzavřený systém než celý svět*“.

Víme, že nedovedeme ještě odpovědět na mnoho a mnoho otázek. Nevíme co je to život, jak vzniklo naše vědomí a inteligence, co je to fyzikální vakuum a nedovedeme odpovědět na Leibnizovu otázku, proč vůbec něco existuje. Pyšně mluvíme o vzniku vesmíru z „ničeho“ (z kvantové fluktuace) a o teorii „všeho“ (sjednocení všech interakcí snad pomocí teorie strun). Ale i pravda se má hovořit se skloněnou hlavou. „Ignoramus“ – nevíme toho příliš mnoho. Ale nechci podepsat to agnosticistické „ignorabimus“ – nebudeme vědět nikdy. Věda je teprve na začátku. Leccos již víme, ledacos se ještě dovíme. Můžeme jen závidět příštím generacím, které, jak doufám, uvidí další výsledky lidského intelektu. Pokud se nezničí sám mnohem dříve, než je doba života této naší šťastné kvantové fluktuace. Jsme na správné cestě a věda ukovála metody, které nás vedou jistě k lepšímu poznání, přes všechny vědecké a filozofické fluktuace. Není zatížena – i přes své omyly – dogmatismem a nebojí se kritiky. Možná, že budeme nakonec v mnohazměrných světech, v nichž náš je jen jednou z projekcí, omezení vlastním mozkiem a jeho způsobem myšlení. Zatím víme, že fyzikální zákonitosti jsou všude ve vesmíru stejné, a že jsme na začátku. Proto je mým možným být optimistou^{25, 72, 73}.

10 Supravodivost

„Fakta nejsou mnoho platná, pokud se na ně díváme jen jako na fakta. Matou nás svou početností a zdánlivou nesouvislostí. Jiná věc ovšem je, když je přetvoříme do podoby teorie a uvedeme do vzájemné harmonie.“

T. Poston

Supravodivost je jeden z nejvýznamnějších fyzikálních jevů ve fyzice pevné fáze. V tomto prohlášení se skrývají dva aspekty: teoretický a praktický. Fyzikům trvalo 45 let, než našli správné mikroskopické vysvětlení tohoto jevu. A vysvětlení neobyčejné a překvapující, které hraje stále velkou roli ve fyzice pevné fáze, jaderné fyzice, ve fyzice elementárních částic, astrofyzice atd.

Někteří fyzikové předpovídají, možná příliš optimisticky, že objev supravodivosti bude znamenat pro lidstvo asi totéž jako objev kola a že 21. století bude stoletím supravodivosti. Potenciální možnosti aplikace supravodivosti jsou skutečně veliké.

My si v dalším všimneme obou těchto aspektů podrobněji. A zase nás budou zajímat spíše fyzikální principy než konkrétní popisy určitých zařízení.

10.1 Trochu historie a základní pojmy

„Vědec musí uspořádat. Věda se staví s pomocí faktů jako dům s pomocí cihel. Ale soubor faktů je vědou asi tak jako hromada cihel domem.“

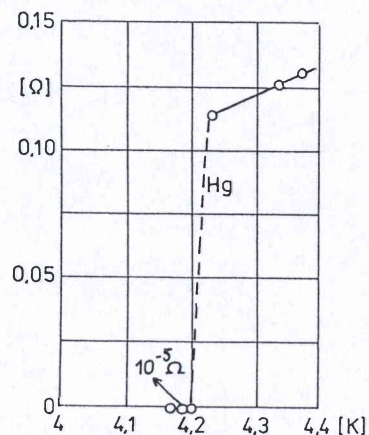
H. Poincaré

A. Vymizení odporu – kritická teplota a pole

Po zkapalnění posledního permanentního plynu helia (izotopu ^4He) byl H. Kamerlingh-Onnes (1853–1926) ve výhodné

pozici vůči celému světu. Nikde jinde než v jeho laboratoři tak nízké teploty neexistovaly. Při čerpání par ${}^4\text{He}$ se, od teploty bodu varu při normálním tlaku $T = 4,2\text{ K}$, dostal až k teplotě 1 K . Ihned se rozhodl provést měření elektrického odporu některých látek: platiny a zlata. Odpor s teplotou klesal, ale vždycky k malé hodnotě *zbytkového odporu*, a to i v nejčistších vzorcích (zbytkový odpor přičítal nečistotám). Proto si vybral nakonec rtuť, která se dala opakovanými destilacemi zbavit všech příměsí a nečistot. Dne 28. dubna 1911 (a to je již H. Kamerlingh-Onnesovi skoro 60 let) sdělil holandské Akademii věd (Communication č. 120b) svůj objev o poklesu odporu rtuti v oblasti teplot $4,2\text{ K}$. V Communication č. 124c z 25. listopadu 1911 již mluví o náhlé změně poklesu odporu rtuti. Na obr. 10.1.1 je tato slavná závislost. Hodnota, na kterou poklesl odpor rtuti, nebyla měřitelná jeho prostředky, i když je stále zlepšoval. sám přechod v oblasti teploty přechodu, kterou budeme nyní nazývat *kritickou teplotou* (měří se obvykle, ale ne vždy, v polovině výšky oblasti přechodu), byl velice „úzký“ – jen $0,02\text{ K}$.

Tedy překvapení. Ale je to vlastnost jen rtuti, tj. je to jev unikátní, zcela ojedinělý, anebo jde o jev univerzální, jemuž by se měly podřídit všechny čisté kovy? H. Kamerlingh-Onnes hledá další kovy a našel, že olovo a cín rovněž ztrácejí ná-

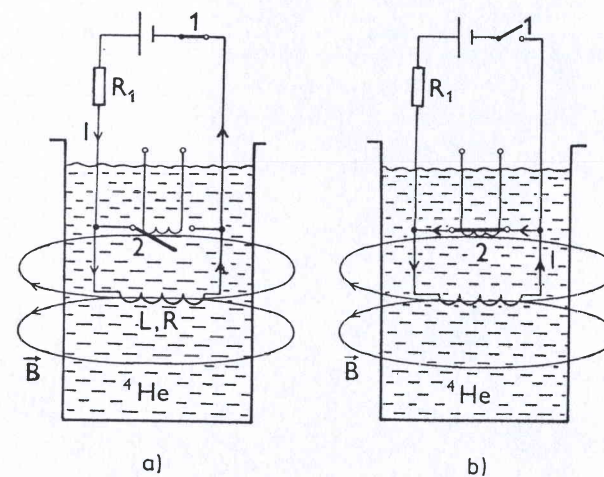


Obr. 10.1.1. Historická závislost (mírně upravená) odporu rtuti na teplotě naměřená v roce 1911 H. Kamerling-Onnesem (otištěna v Leiden Communications 124 c z 25. 11. 1911 pod názvem „O náhlé změně průběhu, při němž odpor rtuti vymizí“).

hle odpor při zhruba $7,2\text{ K}$ (Pb) a $3,7\text{--}5,3\text{ K}$ (Sn). Ukázalo se, že jde o jev velice častý, a to nejen u kovů, ale i u slitin atd.

V článku z března roku 1913, v roce kdy dostává Nobelovu cenu za zkvalitnění helia a za studium vlastností látek při nízkých teplotách, se poprvé objevuje nové slovo *supravodivost*. V nobelovské přednášce pak H. Kamerlingh-Onnes vyslovil domněnku, že tento jev vysvětlí nová kvantová mechanika, o které se již tehdy ve fyzikálních kruzích vědělo.

Klasická mechanika a elektrodynamika nedávaly žádné objasnění pozorovanému jevu. Proč zmizí najednou odpor v kovu? Jak to, že elektrony „nevidí“ kmitající mřížku, nečistoty, poruchy mřížky atd.? Kde se ztratil zbytkový odpor? A je to vlastně nulový odpor? Je možné změřit jeho hodnotu? Sám H. Kamerlingh-Onnes provedl klasický pokus. Navinul z olověného drátu cívku, kterou umístil v kapalném heliu a napájel z vnější baterie přes dva klíče. Do cívky pustil určitou hodnotu stejnosměrného proudu přes první klíč 1 (druhý klíč byl otevřen) – viz obr. 10.1.2. Po vytvoření statického



Obr. 10.1.2. a) Buzení supravodivé cívky s indukčností L , a s odporem R z vnějšího zdroje přes odpor R_1 při rozpojeném supravodivém klíči 2 (tj. při zapnutém vyhřívání klíče). b) Supravodivá cívka v zaklíčováném stavu – vyhřívání klíče 2 vypnuto při sepnutém klíči 1. Tento klíč 1 je možné po nabuzení magnetu a snížení zdroje na nulu vypnout.

magnetického pole kolem cívky uzavřel klíč 2, rovněž ze supravodiče, čímž vlastně uzavřel proud cívky přes tento supravodivý klíč, jehož odpor R se také blížil či rovnal nule. Pak mohl odpojit vnější baterii a takto zachycené magnetické pole do magnetu udržovat na trvalé hodnotě. Tato metoda nabuzení supravodivých magnetů a „zamrazení“ či „zaklíčování“ jejich pole s pomocí vnitřního supravodivého klíče je i dnes jedinou metodou, jak toto pole udržet na vysoké hodnotě časové stability. Ale jak dlouho bude toto pole stabilní? Budeme-li jeho hodnotu měřit nějakým magnetometrem, můžeme ocenit jeho stabilitu, a tím i odpor supravodivé cívky z poklesu tohoto pole v čase.

Protože v obvodu je pouze indukčnost cívky L a její odpor R (odpor klíče zanedbáme), bude pokles magnetického pole dán jednoduchým exponenciálním poklesem

$$(10.1.1) \quad B(t) = B(t = 0) \exp(-t/t_R),$$

kde $t_R = L/R$ a $B(t)$ jsou hodnoty magnetické indukce v bodě měření. Počkáme-li, např. tak dlouho až čas $t = t_R$, pak, protože indukčnost L známe, můžeme ze vztahu $R = L/t_R$ určit hodnotu odporu R .

H. Kamerlingh-Onnes zjistil, že odpor při $T < T_c$ klesne nejméně o šest řádů. Při posledních měřeních určil tuto hodnotu až na dvanáct řádů. Ale i to byla hodnota omezená jeho měřicími možnostmi. V roce 1962 byl v USA proveden pokus, v němž se v takové supravodivé cívce udržoval proud po dva a půl roku. Kdyby asistent nebyl zapomněl dolít kapalné helium do chladicí soustavy, určitě by pokračoval déle. Reziitivita použitého supravodiče ρ_a byla oceněna na hodnotu $\rho_a \approx 10^{-25} \Omega \text{ m}$, zatímco například rezistivita tak vynikajícího vodiče, jako je měď, je při 20 K pouze $10^{-11} \Omega \text{ m}$, tj. o celých čtrnáct řádů větší.

Z tohoto jednoduchého pokusu můžeme ovšem vyvodit několik teoretických a praktických postřehů.

1. Za prvé vidíme, že odpor supravodiče je nekonečně malý, ale budeme psát raději $R \rightarrow 0$ než $R = 0$. To, že není roven nule se dá vysvětlit tím, že teplota T není rovna absolutní nu-

le a že v soustavě máme kromě supravodivých elektronů i nepatrnou, ale nenulovou složku normálních elektronů odpovídající za nenulový odpor. Tato *dvousložková teorie* chování kvantových kapalin je velice plodnou teorií. Obvykle nám normální složka představuje excitace základního stavu kvantové kapaliny.

2. Pokus ukazuje, že je možné „zamrazit“ či „zaklíčovat“ magnetické pole a dosáhnout obrovské stability pole, jakou nemůže dosáhnout žádný jiný magnet. Potvrzuje také existenci *trvalých* nevymírajících proudů v supravodivém prstenci či cívce. Tyto trvalé proudy, také se jim říká perzistentní proudy, jsou v supravodiči metastabilní. Neodpovídají rovnovážnému termodynamickému stavu, protože existuje stav s ještě nižší energií, tj. stav bez proudu. V poslední době byla stabilita těchto proudů oceněna na dobu $3 \cdot 10^{99}$ roků, což je mnohem větší doba, než je stáří našeho vesmíru. To umožňuje realizovat velice stabilní magnetická pole.

Metodika vytvoření supravodivého klíče 2 – viz obr. 10.1.2 – není jednoduchá. Obvykle jde o vyhřívaný supravodivý drátek, který je nejdříve nahřát na teplotu $T > T_c$, a je tedy v normálním stavu. Při zaklíčování vypneme topení a drát přejde do supravodivého stavu a „vezme“ proud cívky na sebe. Ale „supravodivé spoje“ klíče k cívce musí mít odpor velice malý, jinak se v nich disipuje Jouleovo teplo RI^2 a riskujeme, že přejdou do normálního stavu. Také bychom museli jejich odpor započítat do celkového odporu cívky a zhoršili bychom si stabilitu pole. Realizace takových dokonalých supravodivých spojů není věda, ale umění.

3. Kromě generace silných magnetických polí napadne možná čtenáře i jiná další důležitá aplikace těchto magnetů. Tyto magnety bychom mohli použít k nahromadění elektrické energie ve formě magnetického pole. Získali bychom tak tzv. akumulátory energie. Při malém zatížení v síti bychom mohli vyrobenou energii po usměrnění dodat do takových obrovských magnetických akumulátorů a v případě potřeby ji zase z takového magnetu postupně odebírat.

Na cestě vytváření silných magnetických polí však čekalo

H. Kamerlingh-Onnese zklamání, které se zdálo nepřekonatelné. A sám H. Kamerlingh-Onnes se správného řešení nedočkal. Ukázala se totiž, že u cívek zhotovených z čistých materiálů – tedy čistých kovových prvků – existuje magnetická indukce B_c , po jejímž dosažení magnet přejde do normálního odporového stavu. Kromě kritické teploty T_c existuje tedy i kritická indukce B_c . Při $B < B_c$ je vodič v supravodivém stavu, při $B > B_c$ je vodič opět v normálním odporovém stavu. Bohužel, hodnota tohoto pole B_c byla příliš malá a nedávala naději na vytváření silných magnetických polí. Kritická indukce B_c pro olovo je při $T \rightarrow 0$ K rovna 0,0803 T, pro niob 0,1944 T a pro rtuť 0,0411 T.

Řešení bylo nalezeno až po druhé světové válce a bylo právě na opačném konci, než předpokládal H. Kamerlingh-Onnes – ne v čistých materiálech, ale naopak a silně znečištěných slitinách některých kovů.

Dnes již známe kolem 40 chemických prvků, které vykazují supravodivost v oblasti teplot od 10^{-4} K až do 9,2 K (niob). V různých slitinách a sloučeninách je ovšem možné dosáhnout T_c až kolem 100 K. V roce 1987 bylo takové hodnoty dosaženo ve vodivé keramice typu $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-y}$, což ovšem znamená *revoluci v supravodivosti* a nejenom v ní¹⁰⁸⁻¹¹⁰ – viz tab. III. Ale jakýsi paradox zde zůstal. Kovy s vysokou elektrickou vodivostí (Cu, Ag, Au) nepřecházejí do supravodivého stavu ani při nejnižších teplotách, na které mohly být ochlazeny, zatímco špatně vodivé a často silně znečištěné vzorky olova, niobu a různých slitin přecházejí do tohoto podivného stavu velice snadno.

Přechod do supravodivého stavu se vyznačuje velmi strmou závislostí na teplotě. Bylo nasnadě, že jde o fázový přechod v soustavě elektronů, a nikoli mřížky, o které se zdálo, že se takového přechodu neúčastní. V té době bylo již známo, že elektrický proud v kovech je způsoben proudem volných elektronů, které jsou odtrženy od atomů. Klasická fyzika nemohla vysvětlit ani existenci takového elektronového „plynu“. Elektrony však přenášejí nejen elektrický náboj, ale také teplo, protože se srážejí s kmitající mříží, nečistotami, defekty

Tabulka III

Prvky s kritickou teplotou T_c nad 1 K

	T_c [K]	B_c (při $T = 0$ K) [T]
Al	1,175	0,0105
Ga	1,08	0,0059
Hg (α -fáze)	4,154	0,0411
In	3,408	0,0281
La (α -fáze)	4,88	0,08
Nb (supr. II typu)	9,25	0,206
Pb	7,196	0,0803
Sn	3,72	0,0305
Ta	4,47	0,0829
Tc (supr. II. typu)	7,8	0,141
Th	1,38	0,016
Tl	2,38	0,0178
V (supr. II. typu)	5,40	0,1408

Supravodivé slitiny a sloučeniny

	T_c [K]	B_{c2} (při $T = 4,2$ K) [T]
PbBi pájka	8,6	1,8
NbZr	10,0	9
NbTi	10,6	12
PbMo ₄ S ₆	14,4	50
Nb ₃ Sn	18,0	22
Nb ₃ Al	20,3	33
Nb ₃ Al _{0,8} Ge _{0,2}	20,7	41
Nb ₃ Ga	22,5	37
Nb ₃ Ge	23,2	40
Y ₁ Ba ₂ Cu ₃ O _{7-y}	≈ 92,0	200 (extrapolace)

v mříži apod. U kovů se ukazovalo, že odpor klesá lineárně s teplotou, zatímco kinetická teorie ukazovala na odmocninovou závislost s teplotou. Také závislost měrného tepla kovů, která měla být podle pravidla Dulongova-Petitova konstantní, se ukázala být v příkrém rozporu s experimentálními hodnotami při klesající teplotě. Supravodivost těmito nedostatky klasických teorií nasadila korunu.

O vysvětlení tohoto jevu supravodivosti se pokoušeli i takoví géniové jako A. Einstein, W. Heisenberg a další, ale ani jeden z nich neuspěl. H. Kamerlingh-Onnes umírá v roce 1926, v roce do něhož vlastně klademe zrod základů nové teorie – kvantové mechaniky (1925–1930), která jediná může tento jev vysvětlit.

B. Kritický proud – kritická rychlost

I když neexistovala žádná teorie supravodivosti, pokračovali experimentátoři v pokusech, aby odkryli další vlastnosti supravodičů. V roce 1916 např. F. Silsbee vyslovil hypotézu, že u čistých kovů válcovitého tvaru, je supravodivost rozrušena tzv. *kritickým proudem* I který vyvolá na povrchu kritickou hodnotu magnetické indukce B_c [T]

$$(10.1.3) \quad I_c = 2 \pi R_0 B_c / \mu_0 \quad [A],$$

kde R_0 [m] je poloměr válcovitého vodiče, $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ je permeabilita vakua.

Vztah (10.1.3) je v podstatě klasický výraz pro výpočet hodnoty indukce pole B ve vzdálenosti R_0 od nekonečně dlouhého vodiče.

Tento Silsbeeho vztah docela dobře souhlasil v případě čistých supravodičů válcovitého tvaru a u masivních vzorků. Kromě kritických parametrů (T_c , B_c) se nám objevuje třetí kritický parametr – kritický proud I_c .

Připomeňme hned, že výraz (10.1.3) nemůžeme použít pro výpočet I_c či B_c v případě tenkého filmu. U tenké vrstvy má B_c dvojí charakter. Mluvíme o kritické indukci $B_c^{(I)}$ vyvolané proudem I a úměrné tloušťce filmu d – $B_c^{(I)} \sim d$ – a o magnetické kritické indukci B_c (vzhledem k vnějšímu poli), která je nepřímo úměrná tloušťce filmu – $B_c \sim (d^{-1})$. Tak se může stát, že $B_c \gg B_c^{(I)}$. Vztah $B_c \sim d^{-1}$ platí jen v případě, že $d \ll \lambda_L$, kde λ_L je hloubka vniku magnetického pole do supravodiče.

Při zániku supravodivosti proudem však nedochází k fázo-

vému přechodu a mluvíme pouze o kritickém proudu rozpárování. Při proudu I , spojitě rostoucím od nuly do kritické hodnoty I_c se totiž část spárovaných supravodivých elektronů postupně rozpárovává na jednotlivé elektrony díky kinetické energii proudu. Hustota supravodivých elektronů n_s a supravodivého proudu J_s jsou tedy závislé na v_s . S podobnou závislostí a s kritickou rozpárovací rychlostí se setkáváme u všech kvantových kapalin.

C. Kinetická indukčnost – rychlost kondenzátu – induktivní charakter supravodiče

Odpor supravodiče R se pro stejnosměrné proudy blíží k nule $R \rightarrow 0$ (jinak R roste s kmitočtem – $R(\omega)$). Jeho obecná impedance $Z = R + i \omega L$, kde L je indukčnost a i imaginární jednotka, bude spíše induktivního charakteru než odporového. Supravodiče vystupují v elektrických obvodech spíše jako indukčnost, a ne jako odpor. Uvidíme dále, že kromě klasické lineární, geometrické či magnetické indukčnosti L , spojené s geometrickými charakteristikami vodiče, existuje ještě *kinetická indukčnost* L_k , spojená s pohybem makroskopického souboru supravodivých elektronů – kondenzátu. Můžeme napsat, že kinetická energie kondenzátu

$$m v_s^2 / 2 \sim L_k I^2 / 2,$$

a odtud vypočítat kinetickou indukčnost L_k pro $v_s = |v_s|$.

Vezměme si například supravodivý tenký drátek o délce l a průřezu A (budeme předpokládat, že proud teče celým tímto průřezem), jímž protéká proud $I = n_s e v_s A$, kde n_s je hustota supravodivých elektronů. Tyto elektrony mají kinetickou energii $n_s m v_s^2 l A / 2$. Porovnáním výrazů

$$n_s v_s^2 l A / 2 = L_k I^2 / 2 = L_k n_s^2 e^2 v_s^2 A^2 / 2$$

dostaneme, že kinetická indukčnost L_k spojená s pohybem kondenzátu je rovna

$$L_k = m l / n_s e^2 A.$$

Pro $l = 10^{-2} \text{ m}$, $A = 7,8 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ ($r = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}$), $n_s = 1 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ (n_s je závislé na teplotě a řádově je rovno $10^{25} - 10^{28} \text{ m}^{-3}$), $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ a $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ dostaneme $L_k \approx 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ H}$. V řadě případů v supravodivé kvantové mikroelektronice je to zanedbatelná hodnota.

Oceňme ještě řádově rychlost kondenzátu v_s ze vztahu $J_s = n_s e v_s$ či $J_c = n_s e v_c$, pro typickou hodnotu hustoty kritického proudu pro supravodič $J_c \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ Am}^{-2}$ (závisí na B i T). Pro tuto hodnotu J_c a pro $n_s = 10^{28} \text{ m}^{-3}$ dostaneme $v_c \approx 10 \text{ ms}^{-1}$. Proud kondenzátu tedy teče v supravodiči relativně pomalu, rychlostí vynikajícího sprintera.

Ze supravodivého materiálu při $T < T_c$ ovšem neuděláme to, co z měděného drátu za pokojové teploty – vaříč. Jouleovy ztráty v odporu RI^2 v supravodiči prakticky neexistují, protože $R \rightarrow 0$ a protože supravodič má induktivní charakter.

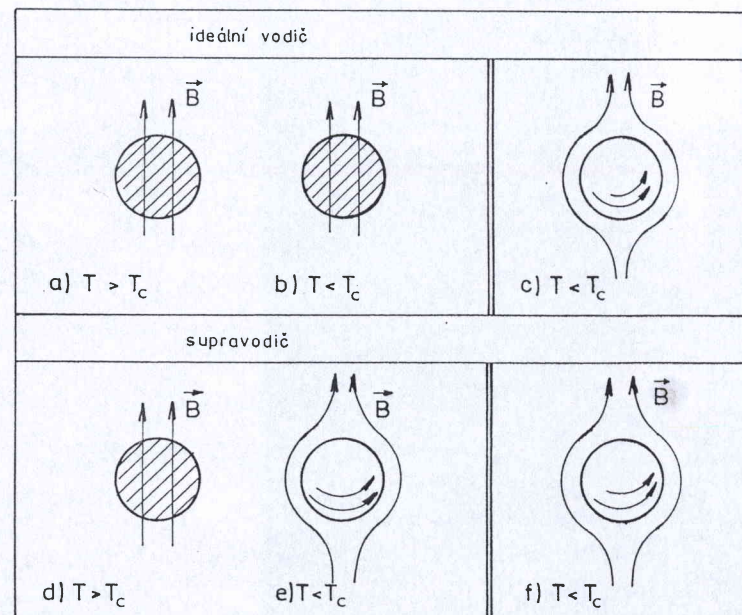
D. Vypuzování magnetického pole z vnitřku supravodiče – zhmotnění fotonu

Nyní přejdeme k jevu, který je snad důležitější než jev nulového odporu či jev induktivní povahy supravodiče. V roce 1933 zjistili v Berlíně W. Meissner a R. Ochsenfeld, že supravodič, a to nezávisle na své historii, tedy vratně, vytlačuje magnetickou indukci B ze svého vnitřku.

Asi dva měsíce před tímto závažným objevem publikovali němečtí autoři v čele s profesorem R. Beckerem teorii vysvětlující jev supravodivosti na základě představy o ideálním vodiči. Málokterá teorie měla tak krátkou dobu života.

Zprvu nebylo jasné, není-li supravodič jen *ideálním vodičem* s nulovým odporem. Takový ideální vodič nemá důvod vytlačovat ze svého vnitřku statickou magnetickou indukci při ochlazování z teploty $T > T_c$ na $T < T_c$ – viz obr. 10.1.3a,b. Jestliže na ideální vodič (bez pole) naložíme vnější magnetické pole, nedovolí mu *stínící proudy* vniknout dovnitř. Tyto stínící proudy vytvoří na povrchu ideálního vodiče takovou magnetickou indukci, že pole uvnitř vodiče se vyruší – obr. 10.1.3c. *Stav ideálního vodiče tedy závisí na jeho předcházející historii.*

V případě Meissnerova-Ochsenfeldova jevu je magnetická indukce B vypuzena z vnitřku supravodiče, jakmile teplota klesne pod T_c , což ideální vodič neudělá – obr. 10.1.3d,e. Při působení vnějšího pole B při $T < T_c$ je pak magnetická indukce vypuzena z vnitřku supravodiče podobně jako u ideálního vodiče – viz obr. 10.1.3f.

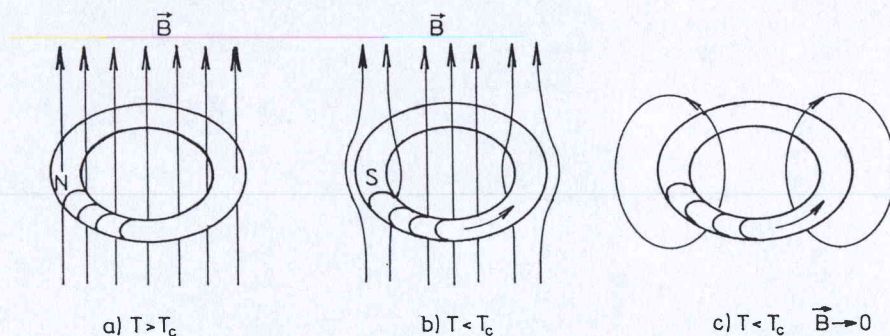


Obr. 10.1.3. a, b) Snižování teploty v přítomnosti statického magnetického pole B u ideálního vodiče. c) Aplikace pole B při $T < T_c$ u ideálního vodiče. d, e) Snižování teploty v přítomnosti pole u supravodiče I. typu. Magnetická indukce, na rozdíl od ideálního vodiče, je vytlačena z vnitřku supravodiče na povrch naindukovanými stínícími proudy. f) Aplikace pole B při $T < T_c$ u supravodiče.

Je poněkud kuriózní, že tento jev byl objeven až v roce 1933 přesto, že mohl být objeven dříve. Proč? Důvodem byla topologie měřeného vzorku. My už z kapitol o topologii i o Aharonově-Bohmově jevu víme, že existuje obrovský rozdíl mezi koulí a prstencem. Protože se měření vlastností vodiče při $T < T_c$ prováděla při nízkých teplotách, tak se z důvo-

dů ochlazení vzorků zmenšovala hmotnost vzorků a místo plného válce se bral vždy dutý válec. Zapomnělo se nějak, že jde o různou topologii. Při snižování teploty pak nedošlo k vypuzení pole z celého objemu válce, ale jen z objemu supravodiče tvořícího stěny válce. Šlo tedy o malou změnu, která mohla být přehlédnuta, a chování takového dutého válce bylo podobné chování ideálního vodiče. Tato „topologická drobnost“ zabránila tomu, že tento velice důležitý jev pro pochopení supravodivosti byl objeven až tehdy, když Meissner a Ochsenfeld vzali pro svůj pokus monokrystal cínu a olova, tedy topologicky jednoduše souvislou oblast. Tato skutečnost snad na 10 let či více opozdila chápání jevu supravodivosti.

V případě, že máme vodivý prstencík při $T > T_c$ vložený do magnetického pole, pak při $T < T_c$ dojde k redistribuci magnetického toku v prstenci. Z oblasti supravodiče musí být magnetický tok vytlačen – viz obr. 10.1.4 a, b. Při $T < T_c$ a po odstranění vnějšího pole se v prstenci „zachytí“ magnetický tok $\Phi = \mathbf{B}\mathbf{S}$, kde \mathbf{B} je indukce v díře prstence a \mathbf{S} je plocha, kterou prstencík obepíná. Tato hodnota $\Phi = \mathbf{B}\mathbf{S}$ je kon-



Obr. 10.1.4. a) Prstencík v normálním (nesupravodivém) stavu N ve vnějším statickém magnetickém poli \mathbf{B} při $T > T_c$. b) Tentýž prstencík, nyní supravodivý, ve vnějším poli při $T < T_c$ (v prstenci jsou indukovány slabé stínící proudy kompenzující vytlačení pole z objemu prstence). c) Tentýž supravodivý prstencík jako v b) při snížení vnějšího pole \mathbf{B} do nuly (v prstenci jsou nyní indukovány velké stínící proudy, které musí „vytvořit“ zaniklé vnější magnetické pole, protože magnetický tok přes vnitřní plochu prstence musí zůstat konstantní).

stantní, pro případ znázorněný na obr. 10.1.4b, c. Hodnota Φ v prstenci ale musí mít kvantovanou hodnotu (viz diskusi v paragrafu 8.1)

$$(10.1.4) \quad \Phi = n\Phi_0, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

kde $\Phi_0 = h/2e$, tzv. *fluxon*. Ale to poněkud předbíháme.

Z hlediska magnetických vlastností rozeznáváme zhruba látky feromagnetické, paramagnetické a diamagnetické. Látky feromagnetické se snadno magnetizují ve vnějším magnetickém poli a při jeho odstranění zůstávají obvykle zmagnetované. Jsou také silně přitahovány do oblasti magnetického pole. Látky paramagnetické se magnetizují slabě, jsou slabě přitahovány do magnetického pole a bez pole obvykle žádnou magnetizaci nevykazují.

Vlastnost diamagnetických materiálů – být z magnetického pole vypuzován a vnější pole zeslabovat – je univerzální vlastností všech látek. U feromagnetických a paramagnetických látek je však tato vlastnost překryta. Vysvětluje se podle Lenzova pravidla: magnetické pole vzbuzené indukovaným proudem má směr opačný než změna indukčního toku – $d\Phi/dt$ – a proto působí proti změně, kterou bylo vyvoláno. To by se dalo pochopit, namítne čtenář, ale v případě supravodiče se jedná o stejnosměrné magnetické pole, kdy $d\Phi/dt = 0$. Klasická elektrodynamika tady zklamává na celé čáře.

Magnetická indukce v materiálu o permeabilitě $\mu = \mu_r \mu_0$, kde μ_r je relativní permeabilita a $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ je

$$(10.1.5) \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{B}_v = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{I}) = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H},$$

kde \mathbf{H} je intenzita vnějšího magnetického pole [Am^{-1}], \mathbf{B}_v je vnitřní indukce, \mathbf{I} je magnetizace prostředí ($\mathbf{I} = \chi \mathbf{H}$), χ je susceptibilita ($\mathbf{I} \equiv 0$ ve vakuu). Relativní permeabilita prostředí je

$$(10.1.6) \quad \mu_r = (1 + \chi).$$

Pro diamagnetické prostředí je $\chi < 0$ a $\mu_r < 1$. Pro paramagnetické prostředí je $\chi > 0$ a $\mu_r > 1$. Protože uvnitř masivního supravodiče je $\mathbf{B} \equiv 0$, můžeme říci, že v supravodiči je $\mu_r = 0$ a $\chi = -1$. *Supravodič není ideální vodič, ale ideální diamagnetikum.*

Ta skutečnost, že magnetický tok $\Phi = 0$ či magnetická indukce $\mathbf{B} \equiv 0$ v objemu supravodiče, a to nezávisle na historii, znamená, že jde o vratný jev a že můžeme na supravodivý stav použít termodynamiku a její metody.

V uzavřeném normálním válci či prstenci se indukují proudy, jen když se mění v čase pole $\mathbf{B}(t)$: napětí $V = -d\Phi/dt = -SdB(t)/dt$ (Faradayův zákon). V supravodivém prstenci však mohou existovat trvalé proudy i bez tohoto indukčního zdroje napětí. Maxwellova elektrodynamika nemůže tento jev popsat, a proto se musí Maxwellovy rovnice doplnit.

Diamagnetismus supravodiče se dá demonstrovat pokusem zvaným „Mohamedův hrob“, který poprvé provedl v roce 1945 sovětský fyzik V. K. Arkadiev. Podle legendy se totiž Mohamedova rakev ve svém hrobě vznáší, nadnášena neviditelnými silami.

Zhotovíme-li misku z olova a ponoříme-li ji do kapalného helia, bude miska supravodivá. Nyní budeme na vlákně spouštět do misky permanentní magnet. Při přiblížení k misce se magnet začne nadnášet, až bude „viset“ volně nad miskou. Magnet svým magnetickým polem vytváří v supravodivé misce stínící proudy a opačné magnetické pole, které působí proti váze magnetu. Čtenář si může představit zrcadlový magnet pod miskou a složit siločáry obou magnetů. Samozřejmě, že existuje i inverzní experiment k experimentu typu „Mohamedova rakev“ – supravodič levitovaný nad vhodně tvarovaným magnetickým polem.

Může ještě vzniknout otázka, zdali ideální diamagnetismus supravodiče není jen makroskopický zesílený atomární univerzální diamagnetismus. Není to pravda – jde o úplně nový typ diamagnetismu. Uvedeme alespoň jeden důvod.

Ze standardní KM již známe – viz 4.5.19 –, že proudová hustota vyvolaná částicí s hmotností m^* a s nábojem e^* je dá-

na v přítomnosti EM polí kalibračně invariantním výrazem

(10.1.7)

$$\mathbf{j} = +\frac{e^*}{2m^*} [\Psi^* (-i\hbar\nabla\Psi) + \Psi (i\hbar\nabla\Psi^*)] - \frac{e^{*2}}{m^*} |\Psi|^2 \mathbf{A}.$$

Tento výraz se dá pro vlnovou funkci $\Psi(x) = |\Psi| \exp i\Theta(x)$, kde $\Theta(x)$ je fáze, napsat také jako (v supravodiči $e^* = 2e$, $m^* = 2m$, $|\Psi|^2 = \rho = n_s/2$, ale jsou i práce, v nichž $e^* = 2e$ a $m^* = m$)

$$(10.1.8) \quad \mathbf{j} = \frac{e}{m} |\Psi|^2 \cdot (\hbar\nabla\Theta - 2e\mathbf{A}).$$

Proudovou hustotu \mathbf{j} v (10.1.8) si pak rozložíme

$$(10.1.9) \quad \mathbf{j} = \mathbf{j}_p + \mathbf{j}_d,$$

kde \mathbf{j}_p je „paramagnetický“ transportní proud, který nás nyní nebude zajímat, a \mathbf{j}_d proud diamagnetický, který není spojen s transportem náboje:

$$(10.1.10) \quad \mathbf{j}_d = -\frac{2e^2}{m} |\Psi|^2 \mathbf{A}.$$

To je rovnice stínícího diamagnetického proudu.

Podle Maxwellových rovnic platí, že pro statické magnetické pole $\text{rot } \mathbf{B} = \text{rot rot } \mathbf{A} = \text{grad div } \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{j}$. Pro vybranou kalibraci $\text{div } \mathbf{A} = 0$ platí $\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j}$. Položíme-li do tohoto vztahu výraz (10.1.10), dostaneme pro $\mathbf{j} \equiv \mathbf{j}_d$

$$(10.1.11) \quad \nabla^2 \mathbf{A} = \frac{2e^2 \mu_0}{m} |\Psi|^2 \mathbf{A} = M_a^2 \mathbf{A} = \lambda_L^{-2} \mathbf{A},$$

kde „hmotnost fotonu“ $M_a = [2e^2 \mu_0 |\Psi|^2 / m]^{1/2}$ a tzv. „Londonská hloubka vniku“ $\lambda_L = M_a^{-1}$, či $\lambda_L = (\mu_0 n_s e^2 / m)^{-1/2}$.

Rovnici (10.1.11) můžeme také přepsat – ponecháme tuto úlohu čtenáři – na tvar

$$(10.1.12) \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \lambda_L^{-2} \mathbf{B} = M_a^2 \mathbf{B},$$

když víme, že platí $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$ a $\nabla^2 (\text{rot } \mathbf{A}) =$

= $\text{rot}(\nabla^2 \mathbf{A})$. Rovnice tohoto typu je rovnicí pro *statické a hmotné vektorové pole B*.

Rovnice (10.1.12) je slavná vektorová rovnice vniku magnetického pole do supravodiče. Veličina λ_L zde hraje roli hloubky stínění EM pole či hloubky vniku a M_a , v jiné interpretaci, hmotnost fotonu EM pole v supravodiči – viz kap. 6.3

$$(10.1.13) \quad M_a = \lambda_L^{-1}.$$

Uvažme nyní, pro jednoduchost, místo tří rovnic (10.1.12) pouze jedinou rovnici pro jednorozměrnou úlohu. Vnější magnetické pole $B_o(x)$ aplikujeme ve směru osy z a budeme sledovat pouze jeho variaci ve směru osy x . Rovnice (10.1.12) bude vypadat pro $x > 0$, jestliže polorovinu od $x \geq 0$ bude vyplňovat supravodič, takto:

$$(10.1.14) \quad \frac{d^2 B_o(x)}{dx^2} = \lambda_L^{-2} B_o(x).$$

Řešením této diferenciální rovnice druhého řádu bude exponenciála

$$(10.1.15) \quad B_o(x) = B_o(0) \exp(-x/\lambda_L),$$

kde $B_o(0) = B_o$.

Hranice mezi normální fází či vakuem a supravodičem není náhlá, ale je „rozmazaná“ na vzdálenost λ_L . Z masivního supravodiče je pole vytlačeno do povrchové tloušťky λ_L . Řádově je $\lambda_L \approx (10^{-7} - 10^{-8})$ m. Rovnice (10.1.14) je dobře splněna pro masivní supravodiče, pro něž λ_L je mnohem menší než rozměry supravodiče.

Kdybychom nahradili supravodič obyčejným diamagnetikem, pak pole $B_o(x)$ bude dáno vztahem (pro $x \geq 0$)

$$B_o(x) = B_o / (1 - \chi),$$

a protože pro diamagnetikum je $\chi < 0$, bude v materiálu $B_o(x) = \text{konst.} < B_o$.

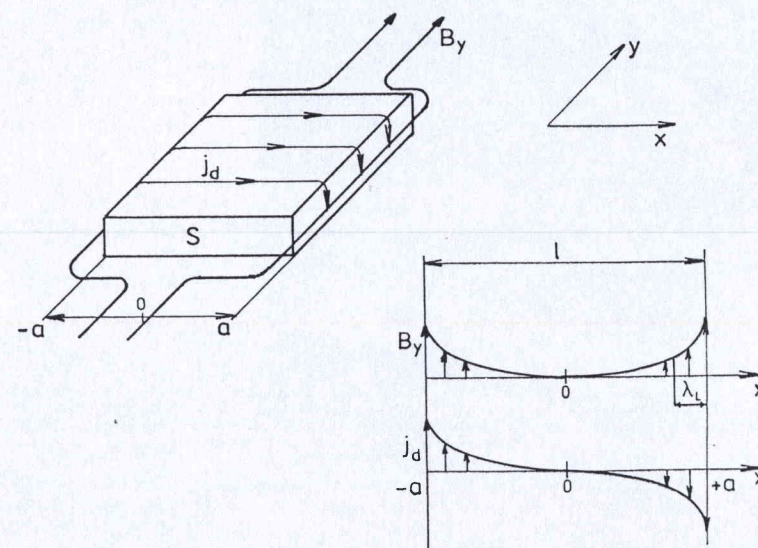
Závisí pronikání pole na velikosti materiálu? Ano. Do ten-

kých supravodivých vrstev s rozměry srovnatelnými s λ_L proniká magnetické pole téměř úplně a přitom si vrstva ponechává supravodivé vlastnosti. Dokonce může být *kritická hodnota B_c pro malé vzorky až o několik řádů větší* než u masivního vzorku. Pozor tedy na „zdravý rozum“. Kritické pole supravodivé tenké vrstvy je dokonce nepřímo úměrné tloušťce vrstvy, tj. roste s klesající tloušťkou vrstvy (při $d \ll \lambda_L$).

V této části se ještě zmíníme o pronikání magnetické indukce do masivního supravodiče.

Supravodiče můžeme rozdělit do dvou velikých skupin: I. typu a II. typu

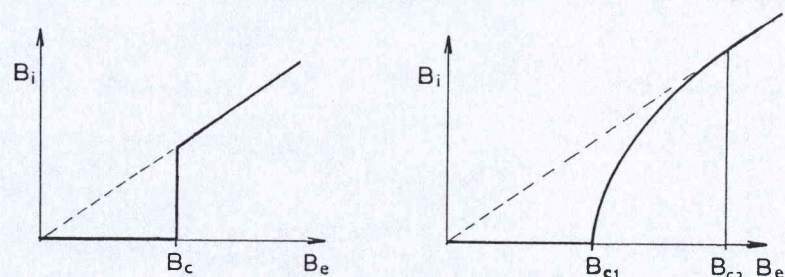
Supravodiče I. typu, jako např. kovy Pb, Sn, In (nikoli však Nb, V, Tc), mají pouze jedinou kritickou indukci B_c . Je-li vnější magnetické pole $B < B_c$, vniká jen do hloubky λ_L a na povrchu tělesa tečou, také jen do hloubky λ_L , stínící Meissnerovy proudy. Tyto proudy tečou bez přenosu náboje v objemu supravodiče, a tak jejich proudová intenzita v tomto objemu se rovná nule – viz obr. 10.1.5. V masivním supra-



Obr. 10.1.5. Magnetického pole $B_y(x)$ a proudová hustota $j_d(x)$ v supravodivém hranolku S pro případ $a \approx 4\lambda_L$. V případě, že $a \gg \lambda_L$, budou pole $B_y(x)$ a $j_d(x)$ vytlačeny prakticky z objemu na povrch supravodivého hranolku.

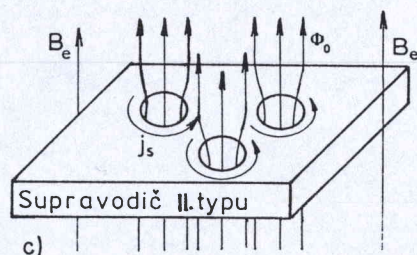
vodiči tečou stínící i transportní proudy po povrchu supravodiče.

Supravodiče II. typu – „ideální“ i tzv. „tvrdé“ supravodiče – mají dvě kritické indukce: B_{c1} a B_{c2} . Pokud je vnější pole $B < B_{c1}$, chovají se stejně jako supravodiče I. typu. Je-li ovšem – viz. 10.1.6 – $B_{c1} < B < B_{c2}$, začne magnetické pole pronikat do vnitřku supravodiče. Ale zcela zvláštním způsobem. Začne tam vnikat ve formě vírových vláken. Každé toto vírové vlákno má normální nesupravodivé „jádro“, jímž proniká magnetický tok až do vzdálenosti zhruba λ_L od osy víru. Tento tok jednotlivým vírem je rovný právě jednomu kvantu magnetického toku Φ_0 (obecně se kvantuje *fluxoid* a nikoli magnetický tok). Tomuto kvantu říkáme *fluxon*. Kolem jádra cirkulují stínící proudy s hustotou j_s . Supravodič je tedy v té



a) I. typu

b) II. typu



Obr. 10.1.6. a) Závislost vnitřního pole B_i na vnějším poli B_e pro supravodič I. typu s jedinou hodnotou kritického pole B_c ; b) pro supravodič II. typu se dvěma kritickými indukcemi B_{c1} a B_{c2} ; c) schematické znázornění proniku tokotrubic magnetického pole s kvantem Φ_0 supravodivou destičkou u supravodiče II. typu při $B_{c1} < B_e < B_{c2} = \sqrt{2} \kappa B_c$, kde B_c je termodynamické kritické pole (u supravodiče I. typu $B_c = B_{c1}$, u supravodiče II. typu leží B_c mezi hodnotami B_{c1} a B_{c2}).

to oblasti polí protknut vírovými vlákny či tokotrubicemi magnetického toku – vznikne tzv. *smíšený stav*. Vzroste-li jejich počet natolik, že celý supravodič je jimi protknut, pak supravodič přejde do normálního stavu a my jsme dosáhli hodnoty B_{c2} .

V masívních supravodičích I. typu může, při vytlačování magnetické indukce z objemu supravodiče na povrch, vzniknout v blízkosti části povrchu (v důsledku demagnetizačních jevů) taková hodnota indukce, která se již rovná kritické hodnotě B_c , zatímco v jiné části povrchu je $B \ll B_c$. V takovém případě magnetická indukce vniká do supravodiče postupně a vzorek se nám „rozbije“ na střídající se nepravidelné oblasti – domény (předpovězené L. Landauem a pozorované na cínu A. I. Šalnikovem), které jsou normální, a oblasti, které zůstávají supravodivé. Takovému stavu supravodiče I. typu říkáme *mezistav*^{2, 37, 38, 52–55}.

10.2 Elementární termodynamika supravodivosti

„Podíváme-li se na strukturu fenomenologické termodynamiky, nalezneme krásnou budovu obrovského estetického a fyzikálního kouzla.“

J. Serrin

Jakmile bylo jasné, že supravodivý přechod je termodynamicky vratný, tj. nezávisí na cestě, ale pouze na počátečním a konečném stavu, mohly se použít na tento jev metody termodynamiky. Tento přístup začali rozvíjet před druhou světovou válkou holandský fyzikové C. T. Gorter a H. B. G. Casimir. Šlo v podstatě o fenomenologický popis, nikoliv o mikroskopickou teorii jevu, která ještě neexistovala a k jejímuž vytvoření chyběly další experimenty a představy o základním stavu supravodiče. Nejvíce používanou teorií byla tehdy *dvousložková teorie*, vysvětlující supravodivost jako „směs“ normální a supratekuté fáze.

Ve fyzice existuje důležitá funkce – tzv. *volná energie*

$F = E - TS$, kde E je energie tělesa či soustavy a S je entropie. Volná energie F nám určuje množství energie tělesa, které je schopno se přeměnit v práci, a určuje nám také základní, tj. nejnižší stav soustavy. V bodě $T = T_c$ by měly být volná energie normálního stavu $F_N(T)$ a supravodivého stavu (bez vnějšího pole) sobě rovny $F_S(B = 0, T_c) = F_N(T_c)$. Předpokládáme, že F_N nezávisí na magnetickém poli.

Vložíme-li nyní supravodič do vnějšího magnetického pole B_a , zvětší se jeho volná energie o energii magnetického pole „vypuzenou“ ze supravodivého objemu V_o .

$$(10.2.1) \quad F_S(B_a, T) = F_S(0, T) + B_a^2 V_o / (2 \mu_o \mu_r).$$

V okamžiku, kdy hodnota $B_a = B_c(T)$ a supravodič přejde do normálního stavu, se musí rovnat

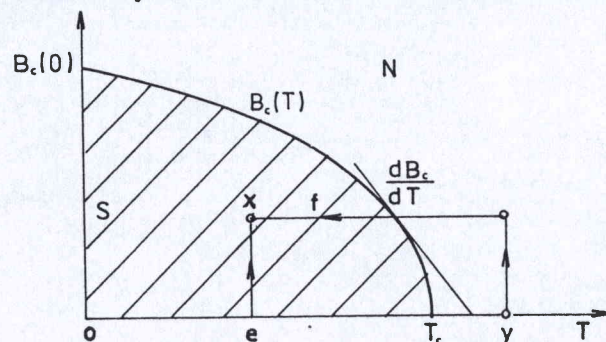
(10.2.2)

$$F_N(0, T) = F_N(B_c, T) = F_S(0, T) + V_o B_c^2 / (2 \mu_o \mu_r).$$

Odtud dostaneme výraz pro kritickou indukci B_c^2

$$(10.2.3) \quad B_c^2(T) = [F_N(0, T) - F_S(0, T)] 2 \mu_o \mu_r / V_o,$$

jako rozdíl volných energií v nulovém magnetickém poli při dané teplotě T . To je *základní rovnice termodynamiky supravodiče*. Závislost $B_c(T)$ můžeme snadno naměřit při různých T a dostaneme výsledek, který je zobrazen na obr. 10.2.1.



Obr. 10.2.1. Závislost termodynamického kritického pole B_c na teplotě T . Tato závislost je dobře aproximována empirickou parabolickou závislostí $B_c(T) \approx B_c(0) [1 - (T/T_c)^2]$.

Fakt, že fáze S je termodynamickou fází, potvrzuje to, že do bodu X se z bodu Y můžeme dostat buď cestou e či f – stav X nezávisí na cestě. Obr. 10.2.1 nám představuje fázovou křivku supravodiče oddělující od sebe normální fázi N od fáze supravodivé S. Tuto závislost popisuje zhruba také výraz

$$(10.2.4) \quad B_c(t) = B_c(0)(1 - t^2),$$

kde $t = T/T_c$.

Z dvousložkové teorie supravodivosti plynou také další závislosti na teplotě, a to pro $\lambda_L(T)$ a $n_s(T)$:

$$(10.2.5) \quad \lambda_L(T) = \lambda_L(0)/(1 - t^4),$$

$$(10.2.6) \quad n_s(T) = n_s(0)(1 - t^4),$$

kde $\lambda_L(0)$ při $T = 0$ K je zhruba 10^{-8} m a $n_s(0)$ při $T = 0$ K zhruba 10^{28} m^{-3} .

Experimenty vcelku potvrzovaly, s určitými omezeními, výsledky této fenomenologické teorie^{37, 38, 45},

Protože termodynamika nám říká, že entropie $S = \partial F(B, T)/\partial T$, pak při derivaci (10.2.3) dostaneme pro $V_o = 1$

$$(10.2.7) \quad B_c \frac{\partial B_c}{\partial T} = [S_N(0, T) - S_S(0, T)] \cdot \mu_o \mu_r.$$

Tento vztah nám říká, že když bude $\partial B_c/\partial T$ záporné – a to opravdu je, viz obr. 10.2.1, pak je entropie normálního stavu $S_N > S_S$. To ale znamená, že supravodivý stav je uspořádanější stav než normální. Jde tedy o fázi, v níž při $T < T_c$ existuje jakési uspořádání či pořádek na dlouhou vzdálenost.

Ve vnějším magnetickém poli entropie supravodiče roste na rozdíl od paramagnetika. Tohoto faktu můžeme použít ke snižování teploty adiabatickou magnetizací supravodiče, nikoli demagnetizací jak u paramagnetika.

A další důsledek faktu rovnosti entropií při $B \equiv 0$ a $T = T_c$? Latentní teplo $L(B, T)$ je rovno nule v bodě přechodu $T = T_c$ (ne pod ním)

$$L(0, T_c) = T_c(S_N - S_S) = 0.$$