

Bakalářské zkoušky (příklady otázek)

léto 2015

1 Minimální cesta grafem

1. Definujte pojem minimální cesty mezi dvěma vrcholy v ohodnoceném neorientovaném grafu.
2. Zvolte si vhodný algoritmus pro hledání minimální cesty v grafu ohodnoceném celými čísly (kladnými i zápornými) a napište pseudokód algoritmu.

2 Algoritmus topologického uspořádání

1. Definujte topologické uspořádání na orientovaném grafu.
2. Charakterizujte grafy, které lze topologicky uspořádat.
3. Napište pseudokód pro algoritmus topologického uspořádání, který poběží v lineárním čase vzhledem k velikosti grafu.

3 Obsluha přerušení

1. Předpokládejte běžný počítač se zabudovaným řadičem pevných disků. Takový řadič může způsobit hardwarové přerušení procesoru. Uveďte příklad situace, kdy by běžný řadič pevných disků inicioval vznik takového přerušení. Bude se jednat o přerušení synchronní nebo asynchronní ?
2. Co je obsahem tabulky vektorů přerušení ? Kdo typicky obsah tabulky vyplňuje a kdo její obsah čte ?
3. Proč se někdy místo běžného volání procedury nebo funkce používají softwarová přerušení ?

4 Stránkování

Předpokládejte běžný desktopový operační systém běžící na procesoru se 4 kB stránkami. Operační systém využívá konceptu stránkování pro implementaci procesů.

1. V takovém prostředí spustíme program, který přečte ze standardního vstupu slovo a na standardní výstup ho vypíše velkými písmeny. Bude někdo při běhu takového programu využívat informace uložené ve stránkovací tabulce ? Pokud ano, tak kdo, kdy, a proč ? Pokud ne, tak proč ?
2. Bylo by možné, aby v takovém prostředí byly spuštěny 3 procesy A, B, C, kde proces A má vyhrazeno vlastních 40 kB fyzické paměti, proces B má vlastních 80 kB fyzické paměti, proces C má vlastních 120 kB fyzické paměti, a navíc všechny 3 procesy sdílejí dalších 20 kB fyzické paměti ? Pokud ano, tak jak bude sdílení fyzické paměti mezi procesy dosaženo ? Pokud ne, tak proč ?
3. Bylo by možné dosáhnout toho, aby z uvedených 20 kB sdílené paměti mohly číst všechny procesy A až C, ale aby do ní mohl zapisovat pouze proces A ? Pokud ano, tak jak ? Pokud ne, tak proč ?

5 Jazyky

1. Definujte formálně pojem „jazyk“.

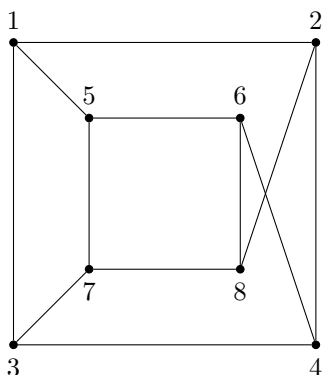
2. Popište kontextové gramatiky a nezkracující gramatiky. Jak spolu kontextové a nezkracující gramatiky souvisejí ?
3. Zařaďte do Chomského hierarchie jazyk $L = \{ww^R | w \in \{a, b\}^*\}$, kde w^R značí zrcadlový obraz slova w (nalezněte vzhledem k inkluzi co nejmenší třídu hierarchie, do které jazyk patří). Odpověď zdůvodněte.

6 Jazyky

1. Definujte formálně pojem „regulární jazyk“.
2. Popište bezkontextové gramatiky a derivační stromy. Jak spolu bezkontextové gramatiky a derivační stromy souvisejí ?
3. Zařaďte do Chomského hierarchie jazyk $L = \{a^i b^j | i, j \in \mathbb{N} \wedge i \leq j\}$ (nalezněte vzhledem k inkluzi co nejmenší třídu hierarchie, do které jazyk patří). Odpověď zdůvodněte.

7 Barevnost grafů (povinné téma vašeho zaměření)

1. Definujte, co je vrcholová a hranová barevnost grafu.
2. Jaka je vrcholová a hranová barevnost grafu na obrázku ?



3. Ukažte, že každá množina grafů, která má omezenou hranovou barevnost, má i omezenou vrcholovou barevnost. Ukažte, že existuje množina grafů s omezenou vrcholovou barevností, která má neomezenou hranovou barevnost.

8 Morfologická analýza (povinné téma vašeho zaměření)

1. V kontextu zpracování přirozeného jazyka definujte pojmy morfologická analýza a lematizace.
2. V následující české větě identifikujte slova, jejichž morfologická analýza není jednoznačná (a uveďte proč). Popište metodu, která z více výstupů morfologické analýzy vybere ten, který odpovídá použití slova v dané větě:

Jan má na mysli hlavně vás.

3. Nastiňte, jak by měl fungovat morfologický analyzátor češtiny, který si poradí s následující fiktivní větou a přiřadí neznámým slovům nejpravděpodobnější slovní druhy a hodnoty morfologických kategorií:

Fartajznice zbajtrovala printerního samodrnfíciho volhouta velmi chimeraticky.

9 Syntaxe přirozeného jazyka (povinné téma vašeho zaměření)

1. Popište hlavní rysy frázových a závislostních stromů zachycujících větnou syntaxi, srovnajte oba přístupy.
2. Převeďte následující frázovou strukturu na závislostní. Jsou pro takový převod potřeba přídavná data, která přímo nevyplývají ze vstupní frázové struktury ? Jaká ?

(S (NP (N Jana)) (VP (VR (REFL si) (V oblíbila)) (NP (AP (A čínskou) (CONJ i) (A indickou)) (N kuchyni))) (PUNCT .))

3. Převeďte následující závislostní strukturu na frázovou. Jsou pro takový převod potřeba přídatná data, která přímo nevyplývají ze vstupní závislostní struktury? Jaká?

Pes, který neštěká, může kousnout kohokoliv.

nsubj(může → Pes)

xcomp(může → kousnout)

acl(Pes → neštěká)

nsubj(neštěká → který)

doobj(kousnout → kohokoliv)

10 Vrcholové pokrytí (povinné téma vašeho zaměření)

Pro následující otázky budeme pracovat s optimalizačním problémem 3VC, který je variantou problému vrcholového pokrytí. Je definován takto:

Instance problému je 3-regulární hypergraf $H = (V, E)$, kde E je nějaká množina 3-prvkových podmnožin V .

Přípustné řešení pro $H = (V, E)$ je taková množina $U \subseteq V$, že $\forall e \in E : e \cap U \neq \emptyset$.

Cílem je minimalizovat *účelovou funkci* $|U|$, tedy počet prvků U .

Budeme také uvažovat následující lineární program LP:

Minimalizuj $\sum_{v \in V} x_v$ *za podmínek* $x_v \geq 0$ pro všechna $v \in V$ a $x_u + x_v + x_w \geq 1$ pro všechny trojice $u, v, w \in E$.

1. Kdy algoritmus pro problém 3VC nazýváme *R*-aproximační?
2. Jaký je vztah celočíselných řešení lineárního programu LP k přípustným řešením a optimu instance problému 3VC? Zdůvodněte.
3. Jaký je vztah optimálního (ne nutně celočíselného) řešení lineárního programu LP k optimálnímu řešení instance problému 3VC?

11 Objektově orientované programování

Pro vypracování otázky si zvolte jeden z jazyků C#, C++, Java. V odpovědi můžete vynechat nepodstatné syntaktické detaily, hodnotí se zejména použití vhodných nástrojů jazyka. Otázka se týká objektového modelu, očekává se tedy definice rozhraní tříd (hlavní metody a atributy), nikoliv implementace (těla metod).

Navrhněte objektový model pro jednoduchý vektorový grafický editor umožňující kreslit v rovině kruhy a obdélníky. Tyto objekty se mohou překrývat a proto je nutné zachovávat jejich pořadí vykreslování (Z-order). Model by měl umožnit vykreslení scény, vyhledání objektu na daných souřadnicích a dále manipulaci s objekty jako přidání, odebrání a přesun na popředí či do pozadí.

Respektujte zásady moderního objektového programování, řešení by mělo být snadno rozšiřitelné o další druhy objektů. V odpovědi neřešte efektivitu vykreslování a vyhledání podle souřadnic.

12 Objektově orientované programování

Pro vypracování otázky si zvolte jeden z jazyků C#, C++, Java. V odpovědi můžete vynechat nepodstatné syntaktické detaily, hodnotí se zejména použití vhodných nástrojů jazyka. Otázka se týká objektového modelu, očekává se tedy definice rozhraní tříd (hlavní metody a atributy), nikoliv implementace (těla metod).

Navrhněte objektový model pro stromovou reprezentaci matematických výrazů s proměnnými, konstantami, unárními a binárními operátory. Model by měl umožnit vytištění výrazu v prefixové notaci a vyhodnocení výrazu pro zadané hodnoty proměnných. Respektujte pravidla objektového návrhu a umožněte snadnou rozšiřitelnost o další operátory.

13 Fragmentace (povinné téma vašeho zaměření)

IPv4 paket (datagram) o celkové velikosti 3940 bytů, se standardní velikostí hlavičky, má být odeslán ze sítě, která používá linkové rámce formátu Ethernet II. Pro tento druh rámců je hodnota parametru MTU rovna 1500.

Popište, jak dopadne fragmentace odesílaného IPv4 paketu: kolik bude fragmentů a jak budou nastaveny ty parametry v jejich hlavičce, které se týkají fragmentace.

Dále popište, jak se liší fragmentace v protokolu IPv4 a IPv6.

14 Synchronizace (povinné téma vašeho zaměření)

1. Napište rozhraní třídy implementující podmínkovou proměnnou (condition variable) a popište sémantiku jednotlivých metod.
2. Uvažujte dvě vlákna přistupující ke sdílené proměnné podle následujícího náčrtku. Jedno čas od času zapisuje, druhé zobrazuje některé zapsané hodnoty. Operace nad sdílenou proměnnou jsou atomické.

```
void WriterThreadBody ()
{
    while (true)
    {
        shared_value = DoSomeCalculation ();
    }
};

void ReaderThreadBody ()
{
    int last_value = NONEXISTENT.VALUE;
    while (true)
    {
        while (last_value == shared_value) { };
        DisplayValue (shared_value);
        last_value = shared_value;
    }
};
```

Uvedená implementace používá aktivní čekání pro detekci změny obsahu proměnné mezi čtenářem a písařem. S použitím podmínkové proměnné a případně dalších synchronizačních nástrojů upravte implementaci tak, aby čekala pasivně.

3. Zaručuje uvedená implementace s aktivním čekáním, že čtenář detekuje všechny zápisy do sdílené proměnné? Zaručuje totéž vaše implementace s pasivním čekáním? Vysvětlete.

15 Integrál

1. Definujte pojem „Riemannův integrál“.
2. Vyslovte větu o výpočtu neurčitého integrálu metodou per partes.
3. Spočítejte určitý integrál

$$\int_0^{\pi} x^2 \sin x \, dx.$$

16 Taylorův polynom

1. Definujte Taylorův polynom. Vyslovte některou z vět popisující chybu při aproximaci Taylorovým polynomem.
2. Napište Taylorův polynom třetího stupně pro funkci $\log x$ v okolí bodu 1.

17 Princip inkluze a exkluze

1. Formulujte princip inkluze a exkluze.
2. Kolik čísel z množiny $1, 2, \dots, 360$ není dělitelných žádným z čísel 4, 6, 9 ?

18 Systém různých reprezentantů

1. Definujte systém různých reprezentantů (konečného) množinového systému $(M_i, i = 1, 2, \dots, n)$ a vyslovte Hallovu větu.
2. Pro celé číslo $k \geq 1$ ukažte, že každý bipartitní k -regulární graf (graf, jehož všechny vrcholy mají stupeň roven k) má perfektní párování.
3. Kolik různých (lišících se alespoň jednou hranou) perfektních párování má úplný bipartitní graf $K_{n,n}$?

19 Charakteristický polynom matice

1. Napište definici charakteristického polynomu matice.
2. Zformulujte, jak charakteristický polynom matice souvisí s jejími vlastními čísly a tvrzení dokažte.
3. Najděte charakteristický polynom matice.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

20 Ortogonální matice

Napište definici reálné ortogonální matice.

Následující vlastnosti dokažte nebo vyvráťte protipříkladem:

1. Ortogonální matice řádu n jsou uzavřené na součet.
2. Ortogonální matice řádu n jsou uzavřené na součin.
3. Ortogonální matice řádu n s operací součin tvoří grupu.

21 Podmíněná pravděpodobnost

1. Definujte podmíněnou pravděpodobnost náhodných jevů.
2. Určete střední hodnotu součtu hodů dvou kostek (šest stěn, každá padá se stejnou pravděpodobností, jedna kostka je modrá a druhá zelená).
3. Jaká je pravděpodobnost, že součet je sudé číslo, pokud na zelené kostce padlo méně než na modré ?

22 Barevnost grafů

1. Definujte pojmy k -obarvení a barevnost grafu.
2. Dokažte, že pro graf $G = (V, E)$ s barevností alespoň k (kde $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$) je $|E| \geq \binom{k}{2}$.
3. Uveďte příklad grafu, pro který nastane v předchozím tvrzení rovnost.