

Bakalářské zkoušky (příklady otázek)

jaro 2016

1 Fourierova transformace

1. Definujte diskrétní Fourierovu transformaci nad tělesem \mathbb{C} .
2. Vypočtete Fourierův obraz vektoru $(1, 0, -1, 0)$.
3. Jakou časovou a paměťovou složitost má algoritmus FFT?
4. Jak vypadá inverze DFT?

2 Složitost a třídění

1. V porovnávacím modelu nelze třídit rychleji než v čase $\Omega(n \log n)$. Vyslovte tuto větu precizně, včetně toho, co přesně se myslí porovnávacím modelem.
2. Popište třídící algoritmus, který v porovnávacím modelu dosahuje časové složitosti $O(n \log n)$.
3. Popište třídící algoritmus, který dosahuje časové složitosti $O(n)$. Které předpoklady věty nesplňuje?
4. Co z věty plyne pro časovou složitost operací *Insert* a *ExtractMin* v haldě ?

3 Procesory

1. Jaké základní typy instrukcí musí procesor podporovat ? Ke každému typu instrukce uveďte příklad a vysvětlete, co instrukce dělá (názvy instrukcí nejsou podstatné, ale nějaké vhodné uveďte).
2. Minimálně jaké registry (názvy nejsou podstatné, ale nějaké vhodné uveďte) je možné v procesoru najít, a jakou má každý z nich funkci ?
3. Jakým způsobem bude ve strojovém kódu procesoru zapsána následující konstrukce z vyššího programovacího jazyka ? Zapište v assembleru dle konvence zvolené v otázce výše (všechny použité proměnné jsou globální a jejich adresy si libovolně vhodně zvolte):

```
if (a + b == 0) a = b; else b = a;
```

4 Architektura počítače

1. Jaké základní signální vodiče bude mít nějaká paralelní systémová sběrnice se sběrniceovou topologií (bus/multidrop) a s podporou pro jednoho mastera (stačí bez podpory burst přenosů) ? Popište základní množinu kontrolních/řídících signálů, které bude muset taková sběrnice mít. Také jistě bude potřeba několik „rozmnoužených“ signálů pro samotný paralelní přenos informací - kolik takových signálních vodičů bude použito v nějaké realistické situaci, a jak bude jejich počet ovlivňovat rychlost či jiné vlastnosti sběrnice ?

Není nutné popsat přesně nějakou konkrétní reálnou sběrnici, ale bude jistě vhodné, pokud se inspirujete nějakou reálnou paralelní sběrnici jako ISA nebo PCI. Také nejde o přesné pojmenování signálů ale o jejich význam.

2. Předpokládejte, že na takové systémové sběrnici bude připojena současně operační paměť počítače (pomocí řadiče paměti) a několik řadičů zařízení. Jakým způsobem bude probíhat komunikace procesoru s pamětí a jakým se zařízeními? Bude mezi těmito dvěma variantami komunikace na sběrnici nějaký rozdíl?

Na příkladu jednoduchého řadiče pevných disků ukažte, jakým způsobem bude probíhat základní operace zápisu jednoho sektoru, tedy jaký zhruba bude základní komunikační protokol řadiče pro tuto situaci a jaké transakce na sběrnici asi v souvislosti s přenosem proběhnou od momentu, kdy si ovladač disku bude chtít po řadiči vyžádat začátek přenosu až do jeho dokončení.

3. Bylo by možné jako systémovou sběrnici použít sběrnici sériovou? Pokud ano, tak popište a vysvětlete, jak bude principiálně na takové sběrnici vypadat transakce čtení z paměťového adresového prostoru mezi nějakým masterem a slavem, a jaké informace bude potřeba přenést. Pokud ne, tak detailně vysvětlete, proč to není možné.

5 Jazyky

1. Definujte zásobníkový automat.
2. Zařaďte do Chomského hierarchie jazyk $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ nad abecedou $\{a, b\}$. Odpověď dokažte.

6 Jazyky

1. Vyslovte pumping lemma pro bezkontextové jazyky.
2. Zařaďte do Chomského hierarchie jazyk $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}_0 \wedge i \leq j \leq k\}$ nad abecedou $\{a, b, c\}$. Odpověď dokažte.

7 Relační datový model

Mějme následující schéma: Pole(P_Id, Rozloha), Plodina(P_Id, Název), Sklizeň(S_Id, Datum, Pole_Id, Plodina_Id).

1. Definujte základní operace dotazovacího jazyka relační algebry.
2. Zapište dotaz v relační algebře, který vybere ID plodin, které zatím nebyly pěstovány.
3. Zapište dotaz v relační algebře, který určí, na kterých polích s rozlohou větší než jeden hektar se pěstovala pšenice.

8 SQL

Mějme následující schéma: Pole(P_Id, Rozloha), Plodina(P_Id, Název), Sklizeň(S_Id, Datum, Pole_Id, Plodina_Id).

1. Vysvětlete základní syntaxi příkazu SELECT a jaký je rozdíl mezi WHERE a HAVING.
2. Zapište dotaz v SQL, který vypíše ID sklizní od 1.6.2015 do 1.8.2015.
3. Zapište dotaz v SQL, který vypíše plodiny sklizené alespoň na deseti polích.

9 Morfologická analýza (povinné téma vašeho zaměření)

1. V kontextu zpracování přirozeného jazyka definujte pojmy morfologická analýza, tagování (tagging), parsování (parsing), anotovaný korpus (treebank).
2. V následující české větě identifikujte slova, jejichž morfologická analýza není jednoznačná (a uveďte proč):
Jan má na mysli hlavně vás.
3. Popište hlavní myšlenku procedury tagování založené na Skrytých Markovových modelech. K popisu využijte větu z druhého bodu.
4. Nakreslete závislostní strom pro větu z druhého bodu.

10 Rozklad polynomů

1. Definujte pojem „ireducibilní polynom“.
2. Najděte rozklad polynomu $x^4 - 1$ na ireducibilní polynomy v $\mathbb{Q}[x]$.
3. Najděte rozklad polynomu $x^4 - 1$ na ireducibilní polynomy v $\mathbb{Z}_5[x]$.
4. Najděte ireducibilní polynom stupně 2 v $\mathbb{Z}_2[x]$.

11 Derivace a extrémny funkce

1. Definujte pojem „derivace funkce v bodě“ pro funkci jedné reálné proměnné.
2. Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení:
 - (a) Pokud $f'(a) = 0$, tak f nabývá v bodě a maxima nebo minima.
 - (b) Pokud f nabývá v bodě a maxima nebo minima, tak $f'(a) = 0$.
3. Najděte extrémny funkce $g(x) = x^2 e^{-x}$.

12 Limita funkce v bodě

1. Definujte pojem „limita funkce“ (jedné reálné proměnné).
2. Vyslovte větu o limitě složené funkce.
3. Rozhodněte, zda existuje následující limita. Pokud ano, spočtěte ji.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{\sin x}{x^3}}$$

13 Systém různých reprezentantů

1. Definujte systém různých reprezentantů množinového systému $(M_i, i = 1, 2, \dots, n)$ a formulujte nutné a postačující podmínky pro jeho existenci (Hallova věta).
2. Nechť M je nějaká množina s n prvky ($n \geq 2$) a nechť $\binom{M}{n-1}$ je množinový systém všech $(n-1)$ -prvkových podmnožin množiny M . Ukažte, že $\binom{M}{n-1}$ má systém různých reprezentantů.
3. Mějme množinový systém $\{M_1, M_2, \dots, M_k\}$, kde M_i označuje množinu celých čísel $\{-i, -i+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, i-1, i\}$. Kolik různých systémů různých reprezentantů má tento množinový systém?

14 Střední hodnota

1. Definujte pojem střední hodnoty reálné náhodné proměnné (na konečném pravděpodobnostním prostoru).
2. Vyslovte větu o linearitě střední hodnoty.
3. Mějme šestistěnou hrací kostku očíslovanou 1–6 a provedme s ní následující experiment. Nejprve hodíme jednou a výsledek označíme n . Poté jako X označíme součet n hodů kostkou. Určete střední hodnotu náhodné proměnné X .

15 Rovinné grafy

Graf (s alespoň třemi vrcholy) nazýváme rovinnou triangulací, pokud v libovolném jeho rovinném nakreslení je každá stěna trojúhelník.

1. Uveďte obecný horní odhad počtu hran rovinného grafu vzhledem k počtu jeho vrcholů. Jde počet hran rovinné triangulace upřesnit ?

2. Dokažte, že pro každé $n \geq 3$ existuje rovinná triangulace s n vrcholy.
3. Pro která k existuje rovinný graf, jehož všechny vrcholy mají stupeň k ?

16 Lineární zobrazení

1. Definujte jádro lineárního zobrazení $f: U \rightarrow V$.
2. Na vektorovém prostoru reálných polynomů stupně nanejvýš 5 definujme lineární zobrazení f představující druhou derivaci. Určete bázi jádra f a bázi obrazu f .
3. Spočítejte hodnotu matice zobrazení f vzhledem k bázi $7, 3 - x, x^2, x + x^3, 2 - x^4, 2 + 3x - x^5$.

17 Ortogonální doplněk

1. Napište definici ortogonálního doplňku množiny vektorů M do vektorového prostoru V .
2. Najděte bázi ortogonálního doplňku k jádru matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Najděte všechny vektory, které náležejí zároveň do jádra matice A a do řádkového prostoru matice A^5 .