

Zadání úloh 1. série 27. ročníku

Termín odeslání: 10. října 2011

Adresa: Pikomat, KPMS MFF UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8

„Princi, princí!“ Do líného teplého odpoledne se náhle ozval už mírně nervózní hlas staré chůvy. Hledala malého prince už tak dlouho, že jí začala docházet trpělivost a začala být nervózní. Neuposlechnout rozkaz mohlo znamenat spoustu nepříjemností a rozkaz zněl jasně: „Přiveďte sem okamžitě Iameha!“ „Princi! No tak princí!“

Otevřel oči. Cítil, že se mu hodně nechce, ale přesto se pomalu zvedl z měkké trávy. Teplý vítr mu rozhrnul vlasy a on zahlédl svou chůvu. Spatřila ho. Už je prozrazen a není úniku. Sklonil hlavu a snažil se před ní alespoň chvíli vypadat provinile. „Princi, tohle už nejde, sháním vás už skoro hodinu. Váš otec, císař Země, Slunce a Měsíce, vás chce okamžitě vidět.“

„Tally, můžu ti dát hádanku?“ snažil se usmířit malý princ při chůzi k paláci. „Na hádanky, na to vás užije, princí. Ale máte i své povinnosti, vždyť už je vám čtrnáct,“ zlobila se chůva, „Ale tak povídejte.“ Věděl o ní moc dobře, že je vždycky zvědavá. Zvlášť, když ho hádanky sama naučila.

Úloha č. 1: „Představ si, že mám číslo. Když k němu přičtu kouzelné číslo 8082, získám to původní, jen bude mít obrácené pořadí cifer. Navíc je to nejmenší číslo, které má takovou vlastnost. Jaké bylo mé původní číslo?“

„Už vím,“ usmála se vrásčitá ústa staré chůvy na malého prince. „Ale teď už běžte, čeká se na vás se spoustou záležitostí a váš otec už se určitě zlobí.“

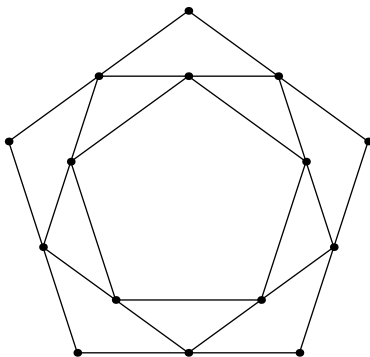
Se skloněnou hlavou se pomalu potichu plížil do trůnního sálu. Jeho kroky pomalu potichu šustily po staré hliněné dlažbě. Nechtělo se mu přemýšlet o problémech tohoto světa. Měl své vlastní, nad kterými přemýšlel často a rád. Třeba o dlaždicích v paláci.

Úloha č. 2: Třeba zrovna zde byly dlaždice pravidelné šestiúhelníky přesně seskládané vedle sebe. A on dokázal každou z těch dlaždic rozdělit na 12 shodných čtyřúhelníků. Dokážete to také?

A vznikla mu stejná mozaika jako v severní chodbě! Usmál se. Byl na sebe náležitě pyšný.

„No konečně!“ zvolal rozčileně jeho otec. I přesto, že byl otočený zády k němu, věděl přesně, že se malý princ snaží nepozorovaně potichu usednout na své místo po jeho pravici. Princ se celý roztrásl. Celá místnost tichých očí na něj hleděla. Měl tu už dávno být. Teď mu to všichni vyčítají. „Když nebudeš mít zájem o své povinnosti, může se králem stát tvůj mladší bratr Genfrey. Sedni si! S mnoha věcmi se čeká jen na tebe! Rádcí!“

Úloha č. 3: Okamžitě před královský trůn předstoupilo 15 rádců. Každý si stoupl do jednoho z rohů do sebe vložených pravidelných pětiúhelníků (jako vidíte na obrázku). A prince hned napadlo, kolik je rovnoramenných trojúhelníků, které mají vrcholy v bodech, kde stojí rádcí?



Tři rádcí se okamžitě začali hádat. Jeden přes druhého a druhý přes třetího. Jen občas byla slyšet nějaká celistvá věta: „Lžete, pane Cette!“ „Jste urážkou tohoto království, Akhma'í!“ „Berllendene, vaše činy by mohly být považovány za velezradu.“

„Dost!“ Okamžitě bylo ticho, král se vzpřímil na svém dračím trůně a otočil se směrem k Iamehovi:

Úloha č. 4: „No, budeš muset rozhodnout. Tito tři jsou každý jiného ducha. Jeden je věčný lhář, bude jen lhát, jeden je poctivec a bude jen mluvit pravdu a třetí je takový ... normální, že ti občas zalže a občas ti bude říkat pravdu.“ Rádce Akhma'í pravil: „Já sice nejsem poctivec, ale Dandar je padouch a věčný lhář!“ Berllenden okamžitě prohlásil: „Nejsem padouch, já ne. A Dandar je normální!“ Rádce Cette jako poslední potichu řekl: „Nejsem normální a Dandar je poctivec.“ Je tedy Dandar poctivec, lhář a nebo je normální?

Princův smutný výraz se pomalu projasnil a pak princ kývl hlavou k jednomu z rádců: „Ten má pravdu.“

Králův obličej přešel pouze do mírného úsměvu. „Tamtoho nechte popravit a toho druhého jen zmrskat. Tomu třetímu vyplaťte odměnu,“ a hned pokračoval slovy: „Teď předvedte ty dvě vdovy.“ Před trůn pomalu přišly dvě starší ženy. Obě rudé vztekem se na sebe navzájem nenávisně dívaly. Kdyby mezi nimi nestál voják, snad by se na sebe i vrhly. Jeden z nejstarších a nejmoudřejších rádců začal pomalu potichu Iamehovi vysvětlovat, co se mezi ženami stalo. „Obě si prý vzaly stejného muže, knížete Taota a obě by chtěly dědit veškeré jeho jmění. Kníže ale v posledních pár letech poněkud na myslí onemocněl a veškerý majetek roztavil a vyrobil z něj kvádr. Jenže nevíme, jak ho mezi ně rozdělit. Jedna je starší a má dvě děti, druhá s ním žila v posledních letech. Která má dostat kolik?“ Král se na Iameha ani nepodíval a hned poručil.

Úloha č. 5: „Rozřežte ten kvádr o rozměrech $3 \times 4 \times 6$ na jednotkové krychličky.

První dejte všechny ty, skrz které procházela tělesová úhlopříčka původního kvádrů, a druhé zbytek.“ Najednou se všichni zamysleli, kolik vlastně každá dostane?

Obě ženy se začaly usmívat. Jedna až skoro divoce smát. A pak odešly a každá zvlášť si pochvalovala svůj díl.

„Proč si to rozdělil, takto otče?“ zamyslel se malý princ, kterému už došlo, která kolik dostane. Nechápal tu náhlou radost jedné z nich, ani proč se radovala i ta druhá. „Protože každá byla chamtivá a chtěla slyšet, že něco dostane. A obě dostaly. Teď zavolejte císařské výběrčí daní.“

Výběrčí daní si stěžovali na rebely v lesích Ranchan. A po nich přišli poštmistři, královský strážce pokladu a ještě mnoho dalších. Princ čím dál unaveněji poslouchal problémy řeše a čím dál víc jeho pozornost utíkala pryč. Povodně v oblasti řeky Čchao. Možný vojenský vpád jeho strýce Menáoa ze severu. Letos přijde neúroda a hrozí dlouhá zima. Plány nových plachetnic... Nákrasy ho však zaujaly. Všiml si nových modelů zadních plachet.

Úloha č. 6: Měly tvar pravoúhlého trojúhelníku, označme si ho ABC. Bod A_1 je střed přepony BC, A' je pata výšky z bodu A. Vzdálenost $|A_1A'| = |A_1C|/2$. Určete velikosti všech vnitřních úhlů trojúhelníku ABC.

Princ okamžitě vyřešil úlohu, kterou si sám zadal, a ještě víc upadl do únavy. Problémů řeše neubývalo, ale odpoledne naštěstí pomalu končilo. Zitřejší odpoledne ale bude bohužel zase takové.

„Tím dnes skončíme,“ ukončil král princovo trápení. Všichni se začali pomalu zase rozcházet. Pomalu se zvedal tichý šum. „Ty tu počkej!“ zastavil král svého syna. Iameh už přesně věděl, co mu bude chtít vyčíst. Určitě si všiml jeho nepozornosti během dnešního odpoledne.

„Chceš být králem?!“ „Chci,“ odpověděl potichu Iameh. „V tom případě neprojevejš dostatečný zájem. Tvůj mladší bratr Genfrey byl ochoten sedět na tvém místě. Kdyby mu nebylo pouhých osm let, už dávno bych ho zde nejspíš nechal sedět. Kdyby se mezi vámi nerodily jen samé dcery, nikdy bys neměl tu možnost dvakrát.“ „Já vím, děkuji otče, ale nešlo by přeci jen...“ „Nechceš-li být králem, půjdeš do mnišského kláštera Harthumu v horách. Není jiná cesta. Jsi nejstarší královský syn. Buď budeš schopný být dalším králem, anebo se nemůžeš věnovat ničemu světskému!“ král se vyčítavě díval na svého nejstaršího syna. „Můj bratr byl starší, ale nebyl schopen být králem. Můj otec se smiloval a ty teď vidíš, jaké starosti kvůli tomu teď řeše má. Neustále se snaží o vojenský převrat, protože až pozdě zjistil, že by chtěl být králem. Ale kdo nebyl schopný jednou, nebude nikdy!“ král už se zlobil. „Nedovolím nikomu, ani svému dítěti, aby ničil říši, kterou trvalo vybudovat skoro tisíc let. Můj celý rod nesmí být ponížěn mou a tvou neschopností! Teď běž k sobě a připrav se na zítřek. Čeká tě další důležitý den v životě krále. Protože každý den krále je důležitý.“

Iameh pomalu potichu odešel do svého pokoje. Lehl si a osaměl ve svých myšlenkách. Slunce pomalu zmizelo z oblohy úplně a jeho pokoj osvětlovaly už jen svíce.

„Princi, nevečeřel jste,“ přišla mu vyměnit svíce chůva Tally. „Chůvo?“ vzpřimil se princ na své posteli a podíval se k chůvě. „Ano, princí?“ „Když jsme byli mladší a hádali jsme se se sourozenci o dračí mince, bylo těžké nás rozsoudit?“ „I ne princí,“ podívala se na něj „byly to spíš takové vaše hádanky. Vy jste si mě vždycky zkoušeli, jestli jste ještě chytřejší než vaše chůva. Vlastně jste se ani moc nehádali, jen

jste vždycky čekali, zda vás prokouknu. A když bych neprokoukla, tak byste dělali všemožné lumpárny a mysleli si, že na vás nepřijdu, protože jsem hloupá chůva.“ „A prokouklas?“ „Nu jednou to bylo těžké, ale jinak většinou vždy.“ „Co jsme ti dali hádat?“ Tally se zamyslela a začala vyprávět.

Úloha č. 7: „Olla měla dvakrát tolik dračích mincí jako Maicha a vy jste měl tolik, co Olla a Maicha měly dohromady. Genfrey měl tehdy třikrát tolik dračích mincí co vy a Maicha dohromady. A Ruhe, ta měla tolik, co vy všichni dohromady. Pak Genfrey vzal Maichě polovinu z jejích mincí a rázem měl jich měl 50. No a měla jsem říct, kolik jste jich kdo měl na konci. Tak kolik jich měl každý?“

Tally se na něj zvědavě dívala a Iameh se chvíli zamýšlel a počítal. Najednou se ozvaly strašné rány. Někdo se začal dobývat skrz královské brány. Kovové dunění neustávalo a naopak sílilo. Najednou byl slyšet dusot strážných. Kovový chřestot a křik. „Co se děje?“ zeptal se vystrašený princ své chůvy. Tally vyšla ven na chodbu a zbělela její stará tvář. Z velké dálky se začaly ozývat rozkazy: „Ve jménu pravého krále Menáloa, kde je princ Iameh.“ Tally se okamžitě vrátila k princovi. „Musíte utéct, hned! Jsou zde vojáci vašeho strýce. Někdo musel zradit a pustit je dovnitř. Musíte utéct!“ „Ale kam?“ „Pryč, co nejrychleji. Utíkejte, nebo vás zabijí. Utíkejte!“ Iameh vyběhl směrem ke starým zahradám. Všude jinde byla světla. Tisíce řinčících světél. Všude okolo. Přibližovaly se. Jen v zahradě byla ještě tma. Skrýt se do tmy. Utíkat. Světla se blíží. Pořád se blíží. Ze všech stran. Jen před ním je ještě tma. Utíkat.